ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Ένας κυκλικός αγωγός ακτίνας r διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του είναι B_1. Ένας άλλος κυκλικός αγωγός ακτίνας $r/2$ διαρρέεται από ρεύμα έντασης $2I$. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του είναι B_2. Η σχέση που συνδέει τα μέτρα των εντάσεων είναι:
α. $B_2 = 4B_1$
β. $B_2 = 2B_1$
γ. $B_2 = B_1$
δ. $B_2 = B_1/4$

Α2. Η δύναμη Laplace που ασκείται σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό ο οποίος βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο:
α. έχει τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών.
β. είναι παράλληλη στον αγωγό.
γ. είναι κάθετη και στον αγωγό και παράλληλη στις δυναμικές γραμμές.
δ. είναι κάθετη και στον αγωγό και στις δυναμικές γραμμές

Α3. Για να δημιουργηθεί επαγωγικό ρεύμα σ' ένα πηνίο, πρέπει:
α. από τις σπείρες του πηνίου να διέρχεται μαγνητική ροή.
β. να μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο.
γ. το πηνίο να αποτελεί τμήμα κλειστού κυκλώματος.
δ. το κύκλωμα του πηνίου να είναι κλειστό και να μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του.

Α4. Η εναλλασσόμενη τάση που αναπτύσσεται στα άκρα ενός στρεφόμενου πλαισίου, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, έχει τη μορφή $v = 100\eta\mu 60\pi t$ (SI). Αν διπλασιαστεί η συχνότητα περιστροφής του πλαισίου, η εναλλασσόμενη τάση θα έχει στο SI τη μορφή:
α. $v = 100\eta\mu 120\pi t$
β. $v = 200\eta\mu 60\pi t$
γ. $v = 100\eta\mu 60\pi t$
δ. $v = 200\eta\mu 120\pi t$

Α5.

α. Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι κλειστές

β. Μονάδα έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι το 1N/A

γ. Τα διαμαγνητικά υλικά έχουν μαγνητική διαπερατότητα $\mu > 1$

δ. Ο κανόνας του Lenz δεν ισχύει όταν το επαγωγικό ρεύμα είναι εναλλασσόμενο

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Β1α. Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και διαρρέονται από ρεύματα ίδιας φοράς και ίδιας έντασης $I_1 = I_2 = I$. Η ένταση του μαγνητικού είναι ίδια σε δύο σημεία Κ και Λ που βρίσκονται στο επίπεδο των δύο αγωγών και είναι συμμετρικά ως προς τον αγωγό (2). Η απόσταση των σημείων Κ και Λ είναι:

α. $d\sqrt{2}$

β. $d/2$

γ. $2d$

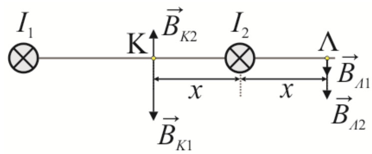
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστό είναι το **α**.

Αιτιολόγηση

Από την εκφώνηση προκύπτει ότι:



$$B_K = B_\Lambda \Rightarrow B_{K1} - B_{K2} = B_{\Lambda1} + B_{\Lambda2} \Rightarrow$$

$$k_\mu \frac{2I}{d-x} - k_\mu \frac{2I}{x} = k_\mu \frac{2I}{d+x} + k_\mu \frac{2I}{x} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d-x} - \frac{1}{d+x} = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{2x}{d^2-x^2} = \frac{2}{x} \Rightarrow x^2 = d^2 - x^2 \Rightarrow x = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

Επομένως η απόσταση των σημείων Κ και Λ είναι:

$$(\mathrm{K\Lambda}) = 2x = 2\frac{d\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\mathrm{K\Lambda}) = d\sqrt{2}$$

Β1β. Ένα κυκλικό πλαίσιο με N σπείρες, ίδιας ακτίνας α και αντίστασης R η καθεμία, τροφοδοτείται από πηγή ΗΕΔ $\mathcal{E}$ και εσωτερικής αντίστασης $r = R$. Αν διπλασιάσουμε τον αριθμό των σπειρών, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του πλαισίου αυξάνεται κατά 20%. Ο αριθμός N των σπειρών του πλαισίου είναι:

α. 2
β. 1
γ. 3

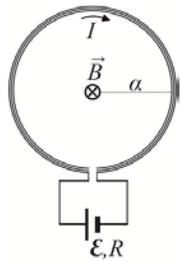
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστό είναι το **α**.

Αιτιολόγηση

Με τον διπλασιασμό του αριθμού σπειρών, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του πλαισίου είναι:

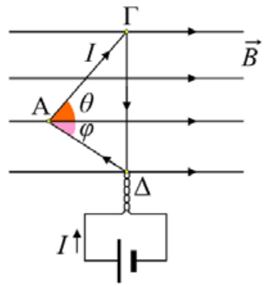


$$B' = 1{,}2B \Rightarrow k_\mu \frac{2\pi I'}{\alpha} 2N = 1{,}2 k_\mu \frac{2\pi I}{\alpha} N \Rightarrow 2I' = 1{,}2I \Rightarrow$$

$$2\frac{\mathcal{E}}{2NR + r} = 1{,}2\frac{\mathcal{E}}{NR + r} \Rightarrow \frac{1}{(2N+1)R} = 0{,}6\frac{1}{(N+1)R} \Rightarrow$$

$$N + 1 = 0{,}6(2N+1) \Rightarrow N + 1 = 1{,}2N + 0{,}6 \Rightarrow N = 2$$

Β2. Τρεις αγωγοί ενώνονται σχηματίζοντας ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ το οποίο τοποθετείται σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έτσι ώστε η υποτείνουσα ΓΔ να είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, όπως στο σχήμα. Αν B το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου και I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τους αγωγούς, η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το αγώγιμο τρίγωνο από το μαγνητικό πεδίο έχει μέτρο:



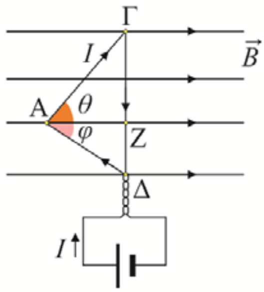
α. $F = 2BI(\Gamma\Delta)$
β. $F = 0$
γ. $F = BI(\Gamma\Delta)$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστό είναι το **β**.

Αιτιολόγηση



Οι δυνάμεις $\vec{F}_{\Delta A}$, $\vec{F}_{A\Gamma}$ έχουν κατεύθυνση ⊗ και η δύναμη $\vec{F}_{\Gamma\Delta}$ έχει κατεύθυνση ⊙. Για τα μέτρα τους ισχύουν:

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= F_{\Delta A} = BI(\mathrm{A}\Delta)\eta\mu\varphi \\ F_2 &= F_{A\Gamma} = BI(\mathrm{A}\Gamma)\eta\mu\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$F_{12} = BI[(\mathrm{A}\Delta)\eta\mu\varphi + (\mathrm{A}\Gamma)\eta\mu\theta] \Rightarrow$$

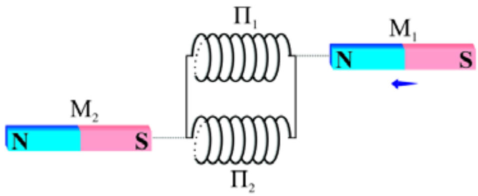
$$F_{12} = BI[(\Delta\mathrm{Z}) + (\mathrm{Z}\Gamma)] = BI(\Gamma\Delta)$$

$$F_3 = F_{\Gamma\Delta} = BI(\Gamma\Delta)$$

Επομένως η συνισταμένη δύναμη πάνω στο αγώγιμο τρίγωνο έχει μέτρο:

$$F = F_3 - F_{12} \Rightarrow F = 0$$

B3.



B3α.Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο πηνία Π_1 και Π_2, τα οποία απέχουν αρκετά το ένα από το άλλο και δύο ραβδόμορφοι μαγνήτες M_1 και M_2. Το μαγνητικό πεδίο κάθε ραβδόμορφου μαγνήτη επηρεάζει μόνο το πηνίο που βρίσκεται δίπλα του. Καθώς ο ραβδόμορφος μαγνήτης M_1 πλησιάζει στο πηνίο Π_1, κατά μήκος του άξονα του πηνίου, ο μαγνήτης M_2 που βρίσκεται ακίνητος δίπλα από το πηνίο Π_2:

α. θα κινηθεί προς τα δεξιά.

β. θα κινηθεί προς τ' αριστερά.

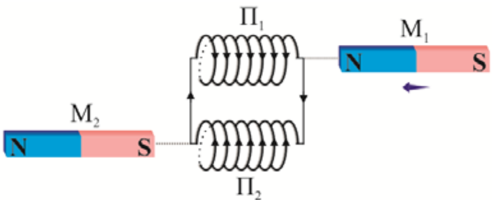
γ. θα παραμείνει ακίνητος.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Απάντηση

Σωστό είναι το **α**.

Αιτιολόγηση



Η μετακίνηση του μαγνήτη M_1 προκαλεί μεταβολή της μαγνητικής ροής στο πηνίο Π_1. Εμφανίζεται έτσι ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα του πηνίου Π_1. Το κύκλωμα είναι κλειστό, άρα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα. Με βάση τον κανόνα του Lenz, το μαγνητικό πεδίο στο πηνίο Π_1 θα αντιστέκεται στην κίνηση του μαγνήτη M_1, δηλαδή στο δεξιό άκρο του πηνίου Π_1 εμφανίζεται βόρειος πόλος. Χρησιμοποιώντας τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε τη φορά του ρεύματος στο πηνίο Π_1, όπως φαίνεται στο σχήμα. Επομένως στο πηνίο Π_2 δημιουργείται μαγνητικό πεδίο με βόρειο πόλο στο αριστερό άκρο του. Άρα ο μαγνήτης M_2 θα κινηθεί προς τα δεξιά, διότι ο νότιος πόλος του δέχεται ελκτική δύναμη που έχει μεγαλύτερο μέτρο από το μέτρο της απωστικής δύναμης που δέχεται ο βόρειος πόλος του.

Β3β. Στα άκρα ορθογωνίου πλαισίου εμβαδού S έχει συνδεθεί θερμικό αμπερόμετρο. Το πλαίσιο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το φορτίο που πέρασε από μια διατομή του αγωγού από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = T/4$ είναι q. Η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι:

α. $\omega q/2$

β. $\omega q/\sqrt{2}$

γ. $\omega q/2\sqrt{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Σωστό είναι το **β**.

Αιτιολόγηση

Σε χρόνο $t = T/4$ το πλαίσιο γίνεται παράλληλο στις δυναμικές γραμμές, οπότε το επαγωγικό φορτίο θα είναι:

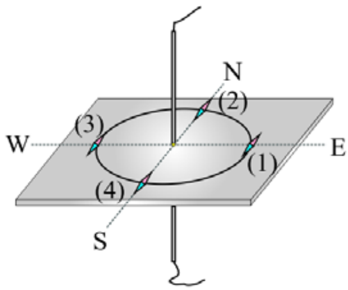
$$q = -\frac{\Delta\Phi}{R} = -\frac{0 - NBS}{R} = \frac{NBS}{R} \Rightarrow NBS = qR$$

Η ενεργός ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος θα είναι:

$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{V_{\varepsilon\nu}}{R} = \frac{V}{R\sqrt{2}} = \frac{\omega NBS}{R\sqrt{2}} = \frac{\omega qR}{R\sqrt{2}} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = \frac{\omega q}{\sqrt{2}}$$

ΘΕΜΑ Γ

2. Στη διάταξη του σχήματος, οι μαγνητικές βελόνες που είναι στα τέσσερα σημεία (1), (2), (3), (4), βρίσκονται σε απόσταση $\alpha = 40\ \text{cm}$ από τον ευθύγραμμο αγωγό, ο οποίος είναι κάθετος στο επίπεδο των σημείων. Οι βελόνες δείχνουν τη διεύθυνση Νότος - Βορράς. Διαβιβάζουμε ρεύμα έντασης $I = 10\ \text{A}$ στον αγωγό και τότε η βελόνα που βρίσκεται στη θέση (2) εκτρέπεται κατά γωνία 45°.



α. Βρείτε την ένταση του γήινου μαγνητικού πεδίου.

β. Βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στα σημεία (1), (2), (3), (4).

γ. Αν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, βρείτε τη νέα ένταση του μαγνητικού πεδίου στα σημεία (1) και (3).

Δίνεται $k_\mu = 10^{-7}\text{N/A}^2$.

ΛΥΣΗ

α. Τα σημεία (1), (2), (3), (4) βρίσκονται στην ίδια απόσταση από τον αγωγό, οπότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_A$ που δημιουργεί ο αγωγός έχει το ίδιο μέτρο σε όλα τα σημεία και είναι:

$$B_A = k_\mu \frac{2I}{\alpha} = 5 \cdot 10^{-6}\text{T}$$

Η ένταση $\vec{B}_\Gamma$ του γήινου μαγνητικού πεδίου είναι ίδια σε όλα τα σημεία. Στο σημείο (2) οι συνιστώσες $\vec{B}_A$ και $\vec{B}_\Gamma$ είναι κάθετες και η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ σχηματίζει γωνία 45° με κάθε συνιστώσα. Έτσι θα είναι:

$$B_\Gamma = B_A \Rightarrow B_\Gamma = 5 \cdot 10^{-6}\text{T}$$

β. Στο σημείο (1) τα διανύσματα $\vec{B}_A$ και $\vec{B}_\Gamma$ είναι ομόρροπα και η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ θα έχει την ίδια κατεύθυνση με τις συνιστώσες και μέτρο:

$$B_1 = B_\Gamma + B_A = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \Rightarrow B_1 = 10^{-5}\text{T}$$

Στο σημείο (2) η συνισταμένη ένταση έχει μέτρο:

$$B_2 = B_\Gamma\sqrt{2} \Rightarrow B_2 = 5\sqrt{2} \cdot 10^{-6}\text{T}$$

και κατεύθυνση βορειοδυτικά. Στο σημείο (3) είναι $B_3 = 0$. Στο σημείο (4) η συνισταμένη ένταση έχει μέτρο:

$$B_4 = B_\Gamma\sqrt{2} \Rightarrow B_4 = 5\sqrt{2} \cdot 10^{-6}\text{T}$$

και κατεύθυνση βορειοανατολικά.

γ. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί τώρα ο αγωγός έχει μέτρο:

$$B'_A = 2B_A = 10^{-5}\mathrm{T}$$

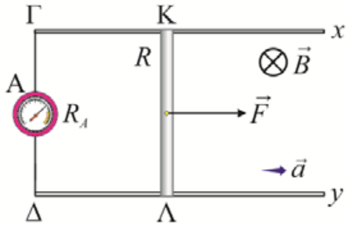
Στο σημείο (1) ισχύει:

$$B'_1 = B_\Gamma + B'_A \Rightarrow B'_1 = 15 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

Στο σημείο (3) ισχύει:

$$B'_3 = B'_A - B_\Gamma \Rightarrow B'_3 = 5 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

ΘΕΜΑ Δ



Τα άκρα Γ και Δ δύο παράλληλων και οριζόντιων αγωγών Γx και Δy, αμελητέας αντίστασης, συνδέονται με αμπερόμετρο που έχει αντίσταση $R_A = 2\,\Omega$. Στο επίπεδο των αγωγών αυτών είναι τοποθετημένος κάθετα στη διεύθυνσή τους, ένας άλλος ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ που έχει μήκος $l = 0{,}5$ m, μάζα $m = 1$ kg, αντίσταση $R = 8\,\Omega$ και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές έχοντας τα άκρα του σε επαφή με τους αγωγούς Γx και Δy. Το σύστημα των αγωγών βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 2$ T, που είναι κάθετο στο επίπεδο των αγωγών. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, που ο αγωγός ΚΛ είναι ακίνητος, ασκείται σ' αυτόν εξωτερική δύναμη $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο αγωγός ΚΛ αποκτά σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a = 2\ \mathrm{m/s^2}$.

α. Βρείτε την επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο κύκλωμα σαν συνάρτηση του χρόνου.

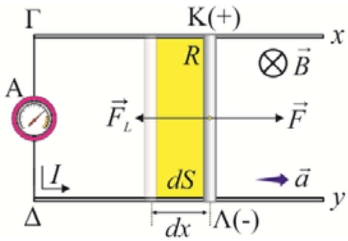
β. Δείξτε γραφικά πώς μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

γ. Ποια χρονική στιγμή η τάση στα άκρα του αμπερομέτρου είναι 1,2 V;

δ. Πόσο φορτίο διέρχεται από το αμπερόμετρο σε χρόνο $t = 5$ s;

ε. Βρείτε τη δύναμη F σαν συνάρτηση του χρόνου και κάντε τη γραφική παράσταση.

ΛΥΣΗ



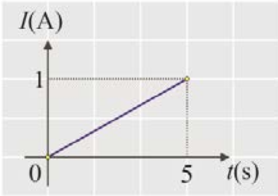
α. Ο αγωγός ΚΛ εκτελεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με εξίσωση ταχύτητας $\upsilon = at$. Η μαγνητική ροή στο κύκλωμα μεταβάλλεται και έτσι αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ:

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dS}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Bl\upsilon = Blat \Rightarrow$$

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = 2t \text{ (SI)}$$

β. Το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασης:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R + R_A} = \frac{2t}{8+2} \Rightarrow I = 0{,}2t \text{ (SI)}$$



Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $I = f(t)$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

γ. Η τάση στα άκρα του αμπερομέτρου είναι:

$$V = IR_A \Rightarrow V = 0{,}4t \text{ (SI)}$$

Τη χρονική στιγμή που η τάση στα άκρα του αμπερομέτρου είναι 1,2 V ισχύει:

$$1{,}2 = 0{,}4t \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

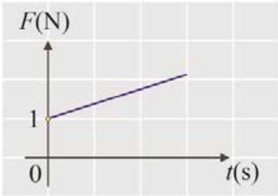
δ. Τη χρονική στιγμή $t = 5$ s είναι $I = 0{,}2 \cdot 5 = 1$ A. Το φορτίο υπολογίζεται από τη γραφική παράσταση $I = f(t)$ με εμβαδομέτρηση:

$$q = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 \Rightarrow q = 2{,}5 \text{ C}$$

ε. Από τον θεμελιώδη νόμο βρίσκουμε τη χρονική εξίσωση της εξωτερικής δύναμης:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - F_L = ma \Rightarrow F = BIl + ma \Rightarrow$$

$$F = 0{,}2t + 1 \text{ (SI)}$$



Το διάγραμμα της εξωτερικής δύναμης που ασκείται στον αγωγό σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

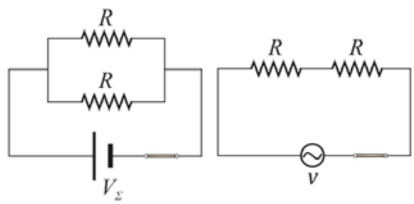
Επιλεγμένα Θέματα Β

ΘΕΜΑΤΑ Β

Β1.
Δύο ίδιοι αντιστάτες συνδέονται παράλληλα και στα άκρα τους εφαρμόζεται συνεχής σταθερή τάση V_{Σ}. Συνδέουμε τους δύο αντιστάτες σε σειρά και στα άκρα τους εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση της μορφής $\upsilon = V\eta\mu\omega t$. Αν η συνολική θερμότητα στους αντιστάτες είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις, για την ενεργό τιμή της εναλλασσόμενης τάσης ισχύει:

α. $V_{\varepsilon\nu} = 2V_{\Sigma}$ **β.** $V_{\varepsilon\nu} = V_{\Sigma}\sqrt{2}$ **γ.** $V_{\varepsilon\nu} = V_{\Sigma}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



Σωστό είναι το **α**.

Αιτιολόγηση

Θα εφαρμόσουμε τον νόμο του Joule σε κάθε περίπτωση. Στην παράλληλη σύνδεση η ισοδύναμη αντίσταση είναι $R_{o\lambda} = R/2$ και ισχύει:

$$Q_1 = \frac{V_{\Sigma}^2}{R_{o\lambda}}t = \frac{V_{\Sigma}^2}{R/2}t = 2\frac{V_{\Sigma}^2}{R}t$$

Στη σύνδεση σε σειρά η ισοδύναμη αντίσταση είναι $R_{o\lambda} = 2R$ και ισχύει:

$$Q_2 = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R_{o\lambda}}t = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{2R}t$$

Η συνολική θερμότητα στους αντιστάτες είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow 2\frac{V_{\Sigma}^2}{R}t = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{2R}t \Rightarrow V_{\varepsilon\nu} = 2V_{\Sigma}$$

Β2. Η ένταση ενός εναλλασσόμενου ρεύματος έχει τη μορφή $i = I\eta\mu\omega t$. Η στιγμιαία τιμή της έντασης του ρεύματος γίνεται, μέσα στην πρώτη περίοδο, δύο φορές ίση με την ενεργό τιμή της. Μεταξύ των στιγμών αυτών, μεσολαβεί διάστημα $\Delta t = 5$ ms. Η συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι:

α. $f = 25$ Hz

β. $f = 50$ Hz

γ. $f = 100$ Hz

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σωστό είναι το **β**.

Αιτιολόγηση

Η στιγμιαία τιμή της έντασης του ρεύματος γίνεται ίση με $I_{εν} = I/\sqrt{2}$ τις χρονικές στιγμές για τις οποίες ισχύει:

$$i = Iημωt \Rightarrow \frac{I}{\sqrt{2}} = Iημωt \Rightarrow ημωt = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Μέσα στην πρώτη περίοδο αυτό συμβαίνει για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή για την οποία:

$$ωt_1 = \frac{π}{4}$$

και για δεύτερη φορά τη χρονική στιγμή για την οποία:

$$ωt_2 = \frac{3π}{4}$$

Επομένως:

$$ω(t_2 - t_1) = \frac{3π}{4} - \frac{π}{4} \Rightarrow ωΔt = \frac{π}{2} \Rightarrow 2πf = \frac{π}{2} \Rightarrow f = \frac{1}{4Δt} \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

Επιλεγμένα Θέματα Γ-Δ

1. Αντιστάτης με αντίσταση $R = 44\ \Omega$ τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση της μορφής $\upsilon = 220\eta\mu 100\pi t$ (SI).

Α. Να δείξετε γραφικά πώς μεταβάλλονται με τον χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 25$ ms, τα παρακάτω μεγέθη:

α. η στιγμιαία τάση.

β. η στιγμιαία ένταση του ρεύματος.

γ. η στιγμιαία ισχύς.

Β. Να υπολογίστε τις χρονικές στιγμές στις οποίες η στιγμιαία ισχύς γίνεται:

α. μέγιστη.

β. ίση με τη μέση ισχύ.

Απ.[Β. α. $t = 5$ ms, 15 ms, 25 ms, **β.** $t = 2{,}5$ ms, 7,5 ms, 12,5 ms**]**

Λύση

Α. Από την εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης, $\upsilon = 220\eta\mu 100\pi t$ (SI), προκύπτουν τα εξής:

$$\omega = 100\pi\ \text{rad/s} \text{ και } V = 220\ \text{V}$$

Η περίοδος είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 20\ \text{ms}$$

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος είναι: $I = \frac{V}{R} = 5$ A

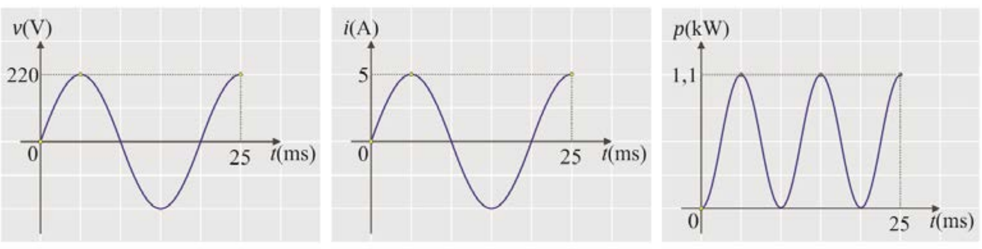
Η χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος είναι:

$$i = I\eta\mu\omega t \Rightarrow i = 5\eta\mu 100\pi t \text{ (SI)}$$

Η χρονική εξίσωση της ισχύος είναι:

$$p = i^2 R \Rightarrow p = 1100\eta\mu^2 100\pi t \text{ (SI)}$$

Στα σχήματα φαίνονται οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις.



Β. α. Μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 25\ \text{ms} = 5T/4$, η στιγμιαία ισχύς γίνεται μέγιστη τις χρονικές στιγμές:

$$t = T/4, 3T/4, 5T/4 \text{ ή } t = 5\ \text{ms}, 15\ \text{ms}, 25\ \text{ms}$$

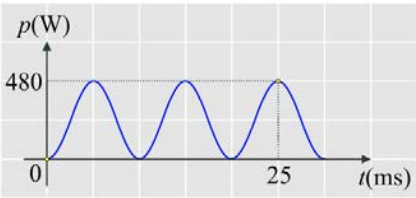
β. Η στιγμιαία ισχύς γίνεται ίση με τη μέση ισχύ όταν:

$$p = P \Rightarrow VI\eta\mu^2\omega t = \frac{1}{2}VI \Rightarrow \eta\mu 100\pi t = \pm\sqrt{2}/2$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 25 \text{ ms} = 5T/4$, αυτό συμβαίνει τις χρονικές στιγμές:

$$t = T/8, 3T/8, 5T/8 \text{ ή } t = 2{,}5 \text{ ms}, 7{,}5 \text{ ms}, 12{,}5 \text{ ms}$$

2. Ένας ηλεκτρικός λαμπτήρας Λ, αντίστασης $R = 60\ \Omega$, συνδέεται σε οικιακό δίκτυο και στα άκρα του εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση της μορφής $\upsilon = V\eta\mu\omega t$. Ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά και η στιγμιαία ισχύς του μεταβάλλεται όπως δείχνει το διάγραμμα του διπλανού σχήματος.



α. Βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον λαμπτήρα.

β. Γράψτε τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος και κάντε τη γραφική της παράσταση.

γ. Βρείτε την ενεργό τάση στα άκρα του λαμπτήρα καθώς και τη μέση ισχύ του λαμπτήρα.

δ. Βρείτε την ενέργεια που προσφέρει το ηλεκτρικό ρεύμα στον λαμπτήρα μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 25$ ms.

ε. Πόσους λαμπτήρες, όμοιους με τον Λ, μπορούμε να συνδέσουμε στο δίκτυο ώστε να λειτουργούν κανονικά, χωρίς να πέσει η ασφάλεια των 21 A;

Απ.[α. $I_{\varepsilon\nu} = 2$ A, β. $i = 2\sqrt{2}\eta\mu 100\pi t$ (SI), γ. $V_{\varepsilon\nu} = 120$ V, $P = 240$ W, δ. $W = 6$ J, ε. $N = 10$]

Λύση

α. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι $p_{max} = 480$ **W**. Το πλάτος της έντασης του ρεύματος υπολογίζεται από τη μέγιστη τιμή της ισχύος:

$$p_{max} = I^2R \Rightarrow I = \sqrt{\frac{p_{max}}{R}} = \sqrt{\frac{480}{60}} = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

Η ενεργός ένταση του ρεύματος είναι:

$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{I}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = 2 \text{ A}$$

β. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι:

$$T + \frac{T}{4} = t_1 \Rightarrow 5\frac{T}{4} = t_1 \Rightarrow T = \frac{4}{5}t_1 \Rightarrow T = 20 \text{ ms}$$

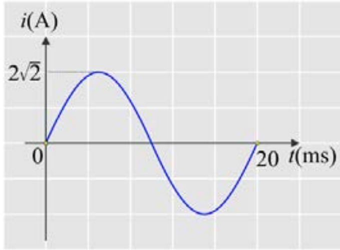
οπότε η γωνιακή συχνότητα είναι:

$$\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi}\ \mathbf{rad/s}$$

Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον λαμπτήρα είναι:

$$\boldsymbol{i = I\eta\mu\omega t \Rightarrow i = 2\sqrt{2}\eta\mu 100\pi t}\ \text{(SI)}$$

και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\boldsymbol{i = f(t)}$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



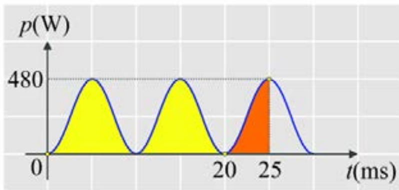
γ. Η ενεργός τάση στα άκρα του λαμπτήρα είναι:

$$\boldsymbol{V_{\varepsilon\nu} = I_{\varepsilon\nu}R \Rightarrow V_{\varepsilon\nu} = 120}\ \mathbf{V}$$

και η μέση ισχύς του λαμπτήρα είναι:

$$\boldsymbol{P = I_{\varepsilon\nu}^2 R \Rightarrow P = 240}\ \mathbf{W}$$

δ. Το $t_1 = 25$ ms δεν είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου και έτσι θα υπολογίσουμε την προσφερόμενη ενέργεια από το διάγραμμα $\boldsymbol{p}$-$\boldsymbol{t}$ με εμβαδομέτρηση:



Από 0 έως T, η ενέργεια $\boldsymbol{W_1}$ που προσφέρθηκε εκφράζεται ως εμβαδόν $\boldsymbol{E_1}$ και είναι:

$$\boldsymbol{W_1 = PT = 4,8}\ \mathbf{J}$$

Από T έως t_1, η ενέργεια $\boldsymbol{W_2}$ που προσφέρθηκε ισούται με το εμβαδόν $\boldsymbol{E_2}$ για το οποίο ισχύει:

$$\boldsymbol{E_2 = \frac{1}{4}E_1}\ \text{οπότε}\ \boldsymbol{W_2 = \frac{1}{4}W_1 = 1,2}\ \mathbf{J}$$

Από 0 έως $\boldsymbol{t_1}$, ενέργεια που προσφέρει το ηλεκτρικό ρεύμα στον λαμπτήρα θα είναι:

$$\boldsymbol{W = W_1 + W_2 \Rightarrow W = 6}\ \mathbf{J}$$

ε. Οι λαμπτήρες για να λειτουργούν κανονικά πρέπει να συνδεθούν παράλληλα και να διαρρέονται όλοι από ρεύμα με ενεργό ένταση **2 A**. Αν $\boldsymbol{N}$ ο αριθμός των λαμπτήρων τότε η ασφάλεια θα διαρρέεται από ρεύμα ενεργού έντασης $\boldsymbol{NI_{\varepsilon\nu}}$ και πρέπει να ισχύει:

$$\boldsymbol{NI_{\varepsilon\nu} \leq 21 \Rightarrow 2N \leq 21 \Rightarrow N \leq 10,5}$$

Άρα ο μέγιστος αριθμός λαμπτήρων που μπορούμε να συνδέσουμε στο δίκτυο είναι **10** λαμπτήρες.

Να χαρακτηρίσετε κάθε επόμενη πρόταση ως σωστή (Σ) ή ως λάθος (Λ).

11.5 Η φορά του εναλλασσόμενου ρεύματος αλλάζει κάθε T/2, όπου T η περίοδός του.

11.6 Η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος μεγιστοποιείται κατά απόλυτη τιμή 2 φορές σε κάθε περίοδο.

11.7 Η μέγιστη τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει ένα κύκλωμα ονομάζεται ενεργός ένταση.

11.8 Η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

11.9 Η ενεργός τιμή της τάσης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

11.10 Το ποσό θερμότητας που αναπτύσσεται πάνω στους θερμικούς αντιστάτες ενός κυκλώματος εναλλασσόμενου ρεύματος είναι ανάλογο της ενεργού τιμής της έντασης του ρεύματος.

11.11 Κύκλωμα αποτελείται από έναν αντιστάτη και πηγή εναλλασσόμενης τάσης. Αν διπλασιαστεί η μέγιστη τιμή της τάσης, τότε η μέγιστη τιμή της ισχύος στον αντιστάτη θα διπλασιαστεί.

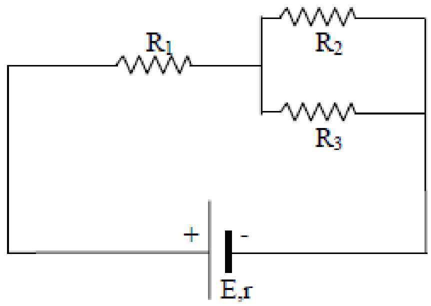
11.12 Σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με ωμική αντίσταση, η μέγιστη τιμή της τάσης είναι ανάλογη της μέγιστης τιμής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος.

Απαντήσεις

11.5 Σ		**11.10** Λ
11.6 Σ		**11.11** Λ
11.7 Λ		**11.12** Σ
11.8 Σ		**11.13** Σ
11.9 Λ		**11.14** Λ

Συνεχές ρεύμα και έπειτα εναλλασσόμενο

Δίνεται το παρακάτω κύκλωμα το οποίο αποτελείται από:



• ηλεκτρική πηγή με ΗΕΔ $E = 24\ V$ και εσωτερική αντίσταση $r = 1\ \Omega$
• αντιστάτες με ηλεκτρικές αντιστάσεις $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 12\ \Omega$
• αγωγούς (σύρματα) αμελητέας ωμικής αντίστασης

α. Να υπολογίσετε τις εντάσεις όλων των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα.

β. Η θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη R_2 σε χρονικό διάστημα Δt ισούται με τη θερμότητα που εκλύεται από τον ίδιο αντιστάτη στο ίδιο χρονικό διάστημα, όταν διαρρέεται από εναλλασσόμενο ηλεκτρικό ρεύμα συχνότητας $f = 50\ Hz$. Να βρείτε την εξίσωση της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος με το χρόνο.

γ. Να υπολογίσετε τη στιγμιαία ισχύ στον αντιστάτη R_2 τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{1}{600}\ s$, όταν διαρρέεται από το εναλλασσόμενο ρεύμα.

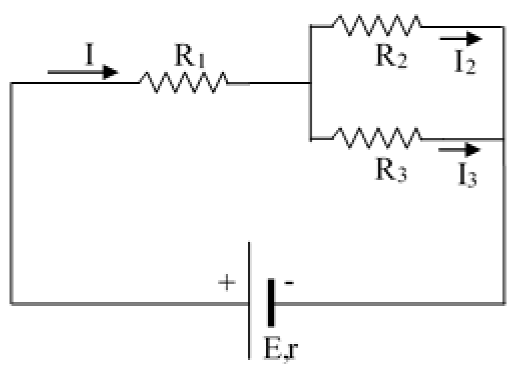
Λύση

α. Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$R_{ολ} = r+R_1+\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2+R_3} = 1+2+3 = 6\ \Omega$

Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή υπολογίζεται από το νόμο του Ohm στο κλειστό κύκλωμα:

$I = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{24}{6} = 4\ A$



Η ένταση I του ηλεκτρικού ρεύματος διακλαδίζεται σε I_2 που διαρρέει την αντίσταση R_2 και σε I_3 που διαρρέει την αντίσταση R_3. Η ισοδύναμη αντίσταση R_{23} των αντιστάσεων R_2 και R_3 ισούται με $R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2+R_3} = 3\ \Omega$ και η τάση στα άκρα της είναι $V_{23}=V_2=V_3=I\cdot R_{23}=12\ V$. Οι δύο εντάσεις των ρευμάτων I_2 και I_3 υπολογίζονται από το νόμο του Ohm:

$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{12}{4} = 3\ A$ και $I_3 = = \frac{V_3}{R_3} = \frac{12}{12} = 1\ A$

β. Εφόσον οι θερμότητες είναι ίσες, η ένταση I_2 ισούται με την ενεργό ένταση $I_{εν}$ του εναλλασσόμενου ρεύματος. Άρα $I_{εν}=3\ A$.

Το πλάτος της έντασης υπολογίζεται: $I = I_{εν}\cdot\sqrt{2} = 3\cdot\sqrt{2}\ A$

Η κυκλική συχνότητα ω είναι: $\omega=2\pi f=100\pi$ r/s.

Η εξίσωση της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος με το χρόνο είναι:

$i=I\cdot ημ(\omega t) \Leftrightarrow i=3\cdot\sqrt{2}\cdot ημ(100\pi t)$ (SI)

γ. Τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{1}{600}$ s η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι:

$i=3\cdot\sqrt{2}\cdot ημ(100\pi\frac{1}{600})=\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2}\ A$

Η στιγμιαία ισχύς ισούται με: $P=i^2\cdot R_2=\frac{9\cdot 2}{4}\cdot 4 \Leftrightarrow P=18\ W$.

Περιστρεφόμενο πλαίσιο

Συρμάτινο πλαίσιο που αποτελείται από N=100 σπείρες εμβαδού A=100 cm^2 η κάθε μία. Το πλαίσιο βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=1 T και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω=20 r/s γύρω από άξονά του, που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Από την περιστροφική κίνηση του πλαισίου παράγεται εναλλασσόμενη τάση της μορφής $v=V\cdot ημ(ωt)$, η οποία εφαρμόζεται, μέσω δακτυλίων, στα άκρα θερμικής συσκευής που λειτουργεί με εναλλασσόμενο ρεύμα και έχει ενδείξεις κανονικής λειτουργίας 40 W/20 V.

α. Να γράψετε την εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης και της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει τη θερμική συσκευή.

β. Να αιτιολογήσετε αν η θερμική συσκευή λειτουργεί κανονικά.

γ. Πόση θερμότητα εκλύεται από τη θερμική συσκευή σε χρονικό διάστημα 100 περιόδων του εναλλασσόμενου ρεύματος;

δ. Να υπολογίσετε τη στιγμιαία ισχύ τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{120}$ s.

Η ωμική αντίσταση του πλαισίου να θεωρηθεί αμελητέα.

Λύση

α. Το πλάτος της τάσης του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι:

$V = N\cdot ω\cdot B\cdot A = 100\cdot 20\cdot 1\cdot 0{,}01 = 20$ V.

Η αντίσταση του πλαισίου είναι:

$P_κ = \frac{V_κ^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{V_κ^2}{P_κ} \Leftrightarrow R = \frac{400}{40} \Leftrightarrow R = 10\ \Omega$

Το πλάτος της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει τη θερμική συσκευή είναι:

$I = \frac{V}{R} \Leftrightarrow I = \frac{20}{10} \Leftrightarrow I = 2$ A

Άρα η εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης είναι:

$v = V\cdot ημ(ωt) \Leftrightarrow v = 20\cdot ημ(20t)$ (SI)

και η εξίσωση της εναλλασσόμενης έντασης που διαρρέει τη θερμική συσκευή είναι:

$i = I\cdot ημ(ωt) \Leftrightarrow i = 2\cdot ημ(20t)$ (SI)

β. Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης είναι:

$V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow V_{εν} = \frac{20}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow V_{εν} = 10\sqrt{2}$ V

Παρατηρούμε ότι η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης ($V_{εν} = 10\sqrt{2}$ V) δεν είναι ίση με την τάση κανονικής λειτουργίας ($V_κ = 20$ V) της θερμικής συσκευής. Άρα η θερμική συσκευή δεν λειτουργεί κανονικά.

γ. Η ενεργός τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει τη θερμική συσκευή είναι:

$I_{εν} = \frac{V_{εν}}{R} \Leftrightarrow I_{εν} = \frac{10\sqrt{2}}{10} \Leftrightarrow I_{εν} = \sqrt{2}$ A

Η περίοδος T του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι:

$T = \frac{2\pi}{ω} \Leftrightarrow T = \frac{\pi}{10}$ s

Η ζητούμενη θερμότητα εύκολα υπολογίζεται:

$Q = I_{εν}^2\cdot R\cdot \Delta t \Leftrightarrow Q = 2\cdot 10\cdot 100\cdot \frac{\pi}{10} \Leftrightarrow Q = 200\pi$ J

δ. Η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{120}$ s είναι:

$i = 2\cdot ημ(20\cdot \frac{\pi}{120}) \Leftrightarrow i = 2\cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow i = 1$ A

Άρα η στιγμιαία ισχύς τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{120}$ s είναι:

$P = i^2\cdot R \Leftrightarrow P = 10$ W.