ΘΕΜΑ Β1

α) Ο διακόπτης στη θέση 1: $I_1 = \frac{E}{R+r}$ οπότε

$$V_{c_1} = E - I_1 r = E\left(1 - \frac{r}{R+r}\right) \to V_{c_1} = \frac{ER}{R+r}\ (\sigma\chi\acute{\epsilon}\sigma\eta\ 1)$$

$$Q_1 = CV_{c_1} = \frac{CER}{R+r} \to CE = Q_1\frac{(R+r)}{R} \to EC = Q_1\left(1+\frac{r}{R}\right)\ \ (\sigma\chi\acute{\epsilon}\sigma\eta\ 2)$$

Ο διακόπτης στη θέση 2: $I_2 = 0$ οπότε

$$V_{c_2} = E \text{ και}$$

$$Q_2 = CE\ (\sigma\chi\acute{\epsilon}\sigma\eta\ 3)$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις 2 και 3:

$$Q_2 = Q_1\left(1+\frac{r}{R}\right) \to Q_2R = Q_1R + Q_1r \to R(Q_2 - Q_1) = Q_1 r \to$$

$$r = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}R \to r = \left(\frac{Q_2}{Q_1} - 1\right)R = \left(\frac{1.2Q}{Q} - 1\right)R = 0.2R \to$$

$$\boldsymbol{r = \frac{R}{5}}$$

β) Ο διακόπτης στη θέση 3: $I_3 = \frac{E}{R+3R+r} = \frac{E}{4R+r}$ οπότε

$$V_{c_3} = I_3 4R = \frac{4RE}{4R+r}$$

$$Q_3 = CV_{c_3} = \frac{4REC}{4R+r} = \frac{EC}{1+\frac{r}{4R}} = \frac{Q_2}{1+\frac{r}{4R}} = \frac{Q_2}{1+\left(\frac{Q_2}{Q_1}-1\right)\frac{R}{4R}} = \frac{4Q_1Q_2}{3Q_1+Q_2} \to$$

$$\boldsymbol{Q_3 = 1.14Q}$$

ΘΕΜΑ Β2

α) Το αεροπλάνο κινείται με $u = 40\ m/s$. Το βλήμα εκτοξεύεται οριζόντια με σχετική ταχύτητα 30 m/s, άρα η αρχική του ταχύτητα ως προς το έδαφος είναι

$$u_o = 40 + 30 = 70\ m/s$$

Άρα η ταχύτητα του βλήματος οποιαδήποτε στιγμή t έχει συνιστώσες :

$$u_x = u_o = 70\ m/s$$

$$u_y = g \cdot t = 10t$$

Η ταχύτητα πρόσκρουσης είναι κάθετη στην πλαγιά (γωνία $\theta = 35°$), άρα η γωνία φ της ταχύτητας με τον οριζόντιο άξονα είναι $\varphi = 90° - 35° = 55°$.

Επομένως: $\tan 55° = \frac{u_y}{u_x} = \frac{10t}{70} \to \frac{1}{\tan 35°} = \frac{10t}{70} \to \frac{1}{0.7} = \frac{t}{7} \to t = 10\ s$

Σε 10 s το βλήμα έχει διανύσει:

Οριζόντια απόσταση: $x = u_o \cdot t = 70 \cdot 10 = 700\ m$

Κατακόρυφη πτώση: $h = \frac{1}{2} g t^2 = 0.5 \cdot 10 \cdot 100 = 500\ m$

Η εστία βρίσκεται πάνω στην πλαγιά. Αν η πλαγιά ξεκινά κάτω από το σημείο άφεσης (x=0), το ύψος της εστίας από το έδαφος είναι

$$y_{fire} = x \cdot \tan 35° = 700 \cdot 0.7 = 490\ m$$

Το συνολικό ύψος του αεροπλάνου είναι

$$H = y_{fire} + h = 490 + 500 \rightarrow \boldsymbol{H = 990\ m}$$

β) Τη στιγμή της πρόσκρουσης (t=10s), το αεροπλάνο βρίσκεται στη θέση

$x_A = u \cdot t = 40 \cdot 10 = 400\ m$ και σε ύψος $H = 990\ m$

Η εστία βρίσκεται σε απόσταση 700m και σε ύψος 490m.

Η οριζόντια απόστασή τους είναι: $\Delta x = 700 - 400 = 300\ m$

Και η κατακόρυφη απόστασή τους είναι: $\Delta y = 990 - 490 = 500\ m$

Άρα η απόστασή τους θα είναι: $D = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{300^2 + 500^2} = \sqrt{340000} \rightarrow$

$$\boldsymbol{D = 583.1\ m}$$

γ) Η θέση της εστίας πάνω στην πλαγιά είναι:

$$s = \sqrt{x^2 + {y_{fire}}^2} = \sqrt{700^2 + 490^2} = \sqrt{730100} \rightarrow \boldsymbol{s = 854.46\ m}$$

δ) Η ταχύτητα τη στιγμή $t = 10\ s$ είναι:

$$u_x = 70\ m/s$$

$$u_y = g \cdot t = 10 \cdot 10 = 100\ m/s$$

$$u_f = \sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2} = \sqrt{70^2 + 100^2} = \sqrt{14900} \rightarrow$$

$$\boldsymbol{u_f = 122.07\ m/s}$$

ΘΕΜΑ Β3

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής θα έχουμε

$$m_1 u_1 = m_2 u_2 \rightarrow u_1 = u_2$$

επομένως τα μπαλάκια θα συναντηθούν στο μέσο της απόστασης. Αν υποθέσουμε ότι η δύναμη που ασκείται ανάμεσα στα μπαλάκια είναι σταθερή κατά τη διάρκεια όλης της κίνησης και ίση με την αρχική της τιμή θα έχουμε:

$$F = ma \rightarrow G\frac{m_1 m_2}{r^2} = G\frac{m^2}{r^2} = ma \rightarrow a = \frac{Gm}{r^2} > 0$$

Τότε η κίνηση θα είναι προφανώς ομαλά επιταχυνόμενη, οπότε ο χρόνος συνάντησης θα είναι ίσος με:

$$s = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \left(\frac{r}{2} - \frac{d}{2}\right) = \frac{1}{2}\frac{Gm}{r^2}t^2 \rightarrow t = r\sqrt{\frac{r-d}{Gm}} = \sqrt{\frac{0.93}{6.67 \cdot 0.06 \cdot 10^{-11}}}\, s \rightarrow$$

$$t = 4.8 \cdot 10^5\ s = 5.6\ days$$

Τώρα θεωρούμε ότι η δύναμη είναι πάλι σταθερή αλλά ίση με τη δύναμη έλξης όταν οι σφαίρες συγκρούονται (απόσταση d). Τότε πάλι η κίνηση θα είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση:

$$F' = ma' \rightarrow G\frac{m^2}{d^2} = ma' \rightarrow a' = \frac{Gm}{d^2}$$

Οπότε

$$t' = d\sqrt{\frac{r-d}{Gm}} = 5.6 \cdot 0.07\ days = 0.39\ days$$

Άρα ο χρόνος συνάντησης θα είναι από 0.4 έως 5.6 ημέρες οπότε η σωστή απάντηση θα είναι η [Β].

Θέμα Β4

α) Για να παγιδευτεί το σωματίδιο, πρέπει να φτάσει σε μία από τις πλάκες πριν εξέλθει από το μήκος l των πλακών. Το μέγιστο κατακόρυφο διάστημα που μπορεί να διανύσει είναι: $\frac{d}{2} = 1\ cm = 0.01\ m$.

Ο χρόνος παραμονής εντός των πλακών είναι:

$$t = \frac{l}{u_o} = \frac{0.2}{5} = 0.04\ s$$

Για να παγιδευτεί το σωματίδιο, η κατακόρυφη μετατόπιση πρέπει να είναι τουλάχιστον $d/2$ σε χρόνο 0,04 s.

Άρα η ελάχιστη επιτάχυνση θα βρεθεί:

$$\mathrm{y} = \frac{1}{2}a_y t^2 \rightarrow a_y = \frac{2y}{t^2} = \frac{2 \cdot 0.01}{0.04^2} \rightarrow a_y = 12.5\ m/s^2$$

Στον κατακόρυφο άξονα η συνισταμένη δύναμη είναι:

$$\Sigma F_y = F_E - B = ma_y$$

$$B = m \cdot g = 4 \cdot 10^{-12} N$$

Άρα $F_E - B = ma_y \rightarrow F_E - mg = ma_y \rightarrow F_E = 4 \cdot 10^{-13} \cdot 12{,}5 + 4 \cdot 10^{-12} N = 9 \cdot 10^{-12} N$

$$F_E = q \cdot E = q \cdot \frac{V}{d} \rightarrow 9 \cdot 10^{-12} = 4.8 \cdot 10^{-16} \frac{V}{0.02} \rightarrow$$

$$V = \frac{9 \cdot 10^{-12} \cdot 0.02}{4.8 \cdot 10^{-16}} \rightarrow \boldsymbol{V = 375\, V}$$

β) Η ταχύτητα έχει δύο συνιστώσες

$$u_x = 5\, m/s$$

$$u_y = a_y t = 12.5 \cdot 0.04 = 0.5\, m/s$$

Η συνολική ταχύτητα θα είναι:

$$u = \sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2} = \sqrt{5^2 + 0.5^2} = \boldsymbol{5.02\, m/s}$$

Γ1) Υπολογισμός μέτρου δύναμης αντίστασης:

$$F_s = 6\pi n r u = 6\pi \cdot 1.8 \cdot 10^{-18} \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 1.696 \cdot 10^{-11} N$$

$$B = m \cdot g = 4 \cdot 10^{-12} N$$

Η δύναμη της αντίστασης του αέρα είναι σημαντική, της ίδιας τάξης μεγέθους, ακόμη και μεγαλύτερη από το βάρος και την ηλεκτρική δύναμη, επομένως **δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα,** καθώς επηρεάζει σημαντικά την επιτάχυνση του σωματιδίου.

Γ2) Για να προλάβει το σωματίδιο να παγιδευτεί παρά την αντίσταση του αέρα, πρέπει να **ελαττώσουμε την τάση V** μεταξύ των πλακών. Αυτή η ελάττωση θα ελαττώσει κατά συνέπεια, την ηλεκτρική δύναμη F_E καθώς ο χρόνος παραμονής του σωματιδίου στο ηλ. πεδίο θα είναι μεγαλύτερος. Δίνεται ότι η δύναμη αντίστασης F_s θεωρείται σταθερή κατά μέτρο και διεύθυνση και ίση με την τιμή της κατά την είσοδο στο πεδίο.

Υπολογισμός επιτάχυνσης από την δύναμη αντίστασης στον x-άξονα:

$$a_s = -\frac{F_s}{m} = -\frac{1.696 \cdot 10^{-11}}{4 \cdot 10^{-13}} = -42.4\, m/s^2$$

Το σωματίδιο πρέπει να διανύσει απόσταση l:

$$l = u_x t' + \frac{1}{2} a_s t'^2 \rightarrow 0.2 = 5t' - 0.5 \cdot 42.4 \cdot t'^2 \rightarrow$$

$$21.2t' - 5t' + 0.2 = 0$$

$$\Delta = 25 - 16{,}96 = 8{,}04$$

$$t'_1 = \frac{5 - \sqrt{8.04}}{42.4} = \frac{5 - 2.835}{42.4} = 0.051\ s$$

Παρατηρούμε ότι ο χρόνος παραμονής αυξήθηκε από 0.04 δευτερόλεπτα σε 0,051.

$$y = \frac{1}{2} a'_y t'^2 \rightarrow 0.01 = \frac{1}{2} a'_y 0.051^2 \rightarrow a'_y = \frac{0.02}{0.0026} = 7.69\ m/s^2$$

Η συνολική κατακόρυφη δύναμη είναι

$$\Sigma F_y = m a'_y = 4 \cdot 10^{-13} \cdot 7.69 = 3.706 \cdot 10^{-12}\ N$$

Επειδή

$$\Sigma F_y = F_E - B = m a_y$$

$$F_E = \Sigma F_y + \mathrm{mg} \rightarrow q \cdot \frac{V'}{d} = \Sigma F_y + mg \rightarrow V' = \frac{(\Sigma F_y + mg) \cdot d}{q}$$
$$= \frac{(3.706 \cdot 10^{-12} + 4 \cdot 10^{-12}) \cdot 0.02}{4.8 \cdot 10^{-16}} = \mathbf{320\ V}$$

ΘΕΜΑ Β5Α

Α)

Ύψος h (m)	Βεληνεκές x_{max} (m)	x^2_{max} (m^2)	Χρονικό διάστημα Δt (s)	Αρχική ταχύτητα $υ_o$ (m/s)
0,5	0,37	0,14	0,013	1,15
0,4	0,32	0,10	0,013	1,15
0,3	0,28	0,08	0,013	1,15
0,2	0,23	0,05	0,013	1,15
0,1	0,16	0,03	0,013	1,15
0,00	0,00	0,00	-	-

Β)

Με την προϋπόθεση ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, η κίνηση της σφαίρας είναι οριζόντια βολή. Τότε, κατά την οριζόντια διεύθυνση δεν ασκείται καμία δύναμη στη σφαίρα, οπότε αυτή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα

υ_0 , δηλαδή με την αρχική ταχύτητα εκτόξευσης. Συγχρόνως, η σφαίρα πέφτει ελεύθερα κατά την κατακόρυφη διεύθυνση υπό την επίδραση του βάρους της. Αν επιλέξουμε το κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων, εφαρμόζοντας την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων σε σύστημα αξόνων Ox και Oy, οι εξισώσεις που μας δίνουν τη θέση της σφαίρας είναι:

- στον άξονα x'x το σώμα εκτελεί ευθύγραμμα ομαλή κίνηση:

$$x = \upsilon_0 t \text{ και } \upsilon_x = \upsilon_0$$

- στον άξονα y'y το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση:

$$y = \frac{1}{2} g\, t^2 \text{ και } \upsilon_y = g\, t$$

Γ)

Από τα παραπάνω προκύπτει η **μέγιστη οριζόντια απόσταση** που διανύει το σώμα:

$$x_{\{max\}} = \upsilon_0 \sqrt{\frac{(2h)}{g}} \;(1)$$

όπου h είναι η κατακόρυφη απόσταση του σημείου βολής από το έδαφος. Αυτή η μέγιστη οριζόντια απόσταση $\boldsymbol{x_{max}}$ που διανύει το σώμα ονομάζεται **βεληνεκές**.

Η αρχική ταχύτητα της οριζόντιας βολής, είναι η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα περνάει από τη φωτοπύλη και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon_0 = \frac{d}{\Delta t}$$

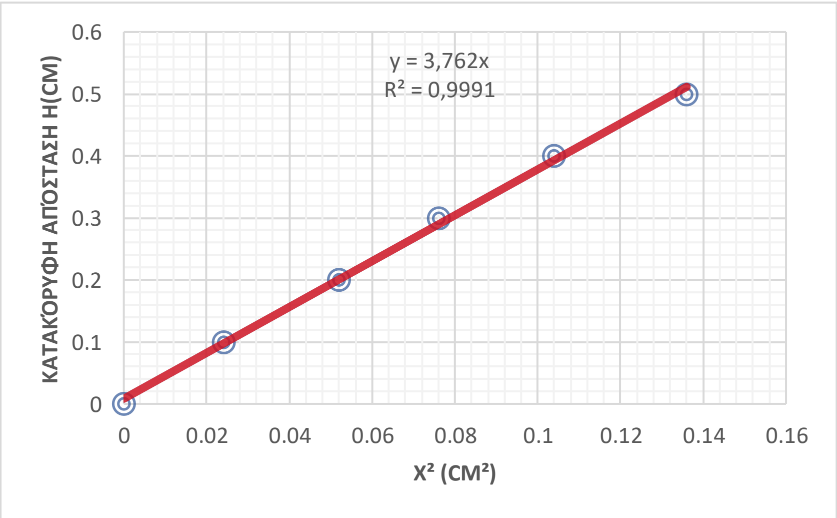
Η ένδειξη **Δt** του χρονομέτρου είναι ο χρόνος που η σφαίρα σκιάζει τη φωτοπύλη και **d** είναι η διάμετρος της σφαίρας.

Υψώνοντας τη σχέση (1) στο τετράγωνο, προκύπτει:

$$h = \frac{g}{2\,\upsilon_0^2} x^2_{\{max\}} \;(2)$$

που παριστάνει ευθεία με κλίση:

$$\kappa = \frac{g}{2\,\upsilon_0^2} (3)$$



Δ) Από τη γραφική παράσταση κλίση **K=3,76 m⁻¹**

Ε) Από την κλίση:

$$\kappa = \frac{g}{2\,\upsilon_0^2} \Rightarrow g = 2\,\upsilon_0^2 \kappa \Rightarrow g = 10{,}0 \frac{m}{s^2}$$

ΣΤ) Οι αρχικές ταχύτητες εξαρτώνται μόνο από την υψομετρική διαφορά της αρχής και του τέλους του διαδρόμου, η οποία παραμένει σταθερή.

ΘΕΜΑ Β5Β

1.Χρησιμοποιήθηκαν αντιστάτες, ένα βολτόμετρο, ένα αμπερόμετρο, και καλώδια με κροκοδειλάκια.

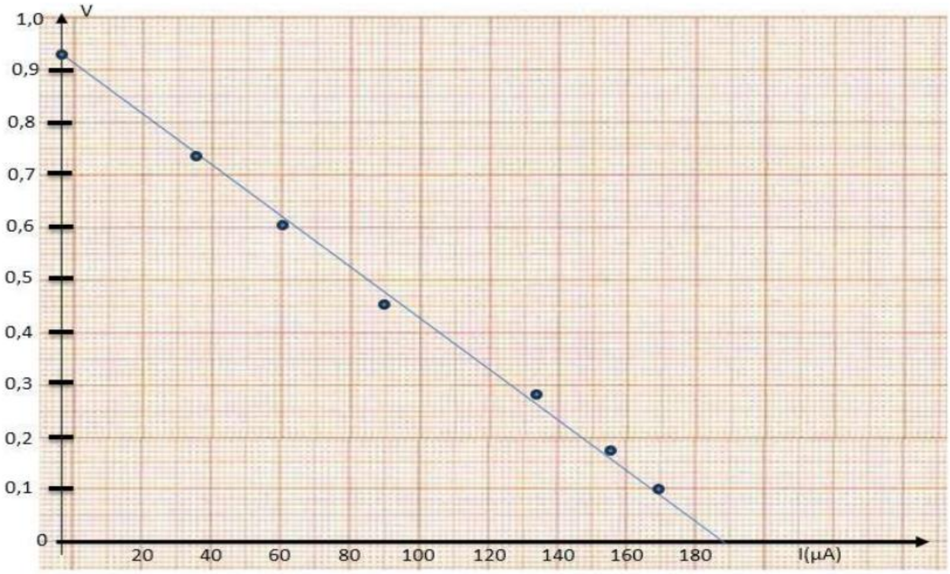
2. Για την παραπάνω μελέτη αρκούν 4 αντιστάτες. Δύο αντιστάτες των 10 ΚΩ και 2 αντιστάτες του 1ΚΩ.

20	Δύο αντιστάτες των 10ΚΩ σε σειρά
10	Ένας αντιστάτης των 10ΚΩ
5	Δύο αντιστάτες των 10ΚΩ σε παράλληλα
2	Δύο αντιστάτες του 1ΚΩ σε σειρά
1	Ένας αντιστάτης 1ΚΩ
0,5	Δύο αντιστάτες των 1ΚΩ σε παράλληλα

3.

Ωμική αντίσταση αγωγού σε ΚΩ	Τάση στα άκρα της μπαταρίας σε V	Ένταση ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε μΑ	Ισχύς που παρέχει η μπαταρία στο κύκλωμα σε μW
Χωρίς αντιστάτη	0,93	0	0
20	0,74	37	27,38
10	0,61	60	36,60
5	0,46	90	41,40
2	0,28	133	37,24
1	0,17	155	26,35
0,5	0,10	168	16,80

4.



5. Από την παραπάνω γραφική παράσταση προκύπτει ότι

ΗΕΔ = 0,93V και r = Ε/Ιβραχ = 0,93/188 = 4,95 kΩ

6. Η μέγιστη ισχύς είναι 40μW και αυτό συμβαίνει όταν η εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος γίνει ίση με την εσωτερική αντίσταση της πηγής

7. Για να ανάψει το LED θα πρέπει να είχαμε περίπου 1000/40 = 25 τέτοιες μπαταρίες κατάλληλα συνδεδεμένες ώστε να έχουμε και τάση περίπου 3V που απαιτεί ένα Led. Άρα θα έπρεπε να βάλουμε 4 μπαταρίες σε σειρά και να έχουμε 6-7 τέτοιες συστοιχίες παράλληλα