

**Α' Λυκείου**

**21 Απριλίου 2007**

**Θεωρητικό Μέρος**

**Θέμα 1°**

1. Η διαστατική ανάλυση είναι μια σημαντική τεχνική στη φυσική η οποία μας επιτρέπει να ελέγξουμε την ορθότητα μιας εξίσωσης. Αν οι διαστάσεις στα δύο μέλη της εξίσωσης είναι ίδιες, η εξίσωση έχει διαστατική ορθότητα. Αν δεν είναι ίδιες, η εξίσωση δεν μπορεί να είναι σωστή. Υπάρχουν έξι θεμελιώδη μεγέθη. Τρία από αυτά είναι το μήκος ή μάζα και ο χρόνος. Οι αντίστοιχες διαστάσεις τους είναι  $L$ ,  $M$  και  $T$ . Οι καθαροί αριθμοί, όπως ο  $\pi$ , δεν έχουν διαστάσεις. Για παράδειγμα η ταχύτητα του φωτός  $c$  και γενικά η ταχύτητα  $v$ , έχει διαστάσεις  $LT^{-1}$ . Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται μερικά φυσικά μεγέθη και οι διαστάσεις τους.

Φυσικό μέγεθος	Διαστάσεις
Ενέργεια, $E$	$ML^2T^{-2}$
Ιξώδες, $\eta$	$ML^{-1}T^{-1}$
Ορμή, $p$	$MLT^{-1}$
Πυκνότητα, $d$	$ML^{-3}$
Μήκος κύματος $\lambda$	$L$
Σταθερά του Planck, $h$	$ML^2T^{-1}$

Χρησιμοποιώντας αυτές τις πληροφορίες, βρείτε ποια ή ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις δεν μπορεί να είναι σωστές:

α.  $E = \frac{hc}{\lambda}$

β.  $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$

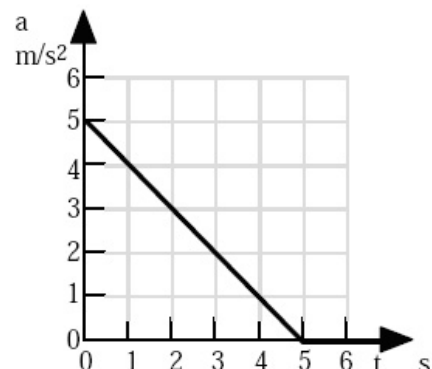
γ.  $E = \frac{1}{2}mv^2$

δ.  $E = 6\pi nvd$

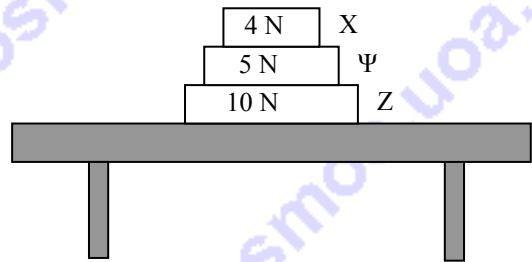
Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 2 - 4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

2. Ξεκινώντας από την ηρεμία τη χρονική στιγμή  $t=0$ , ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με επιτάχυνση που δίνεται από το διπλανό διάγραμμα. Ποια είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή  $t=3$  s;

- α. 12,5 m/s.  
β. 10,5 m/s.  
γ. 1 m/s.  
δ. 0 m/s.  
ε. 2 m/s.



3. Τρία βιβλία Χ, Ψ και Ζ ηρεμούν σε ένα τραπέζι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το βάρος κάθε βιβλίου σημειώνεται πάνω στο σχήμα. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο βιβλίο Ψ είναι:



- α. 4 N προς τα κάτω.
- β. 5 N προς τα κάτω.
- γ. 5 N προς τα πάνω.
- δ. 10 N προς τα πάνω.
- ε. μηδέν.

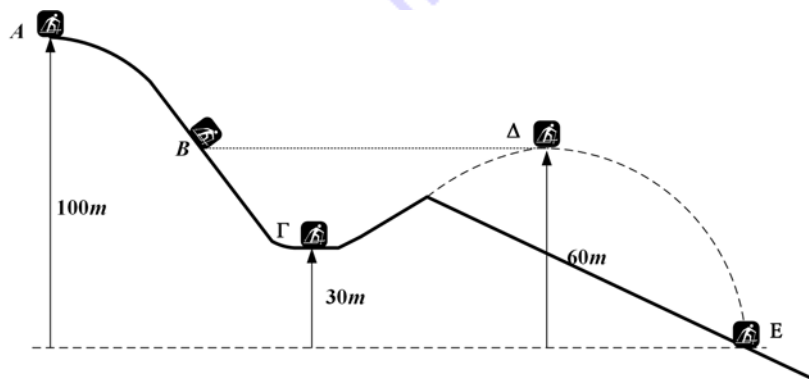
4. Μια βάρκα κωπηλατείται με ταχύτητα 8 km/h ανατολικά, σε ένα ποτάμι του οποίου το νερό τρέχει με ταχύτητα 6 km/h βόρεια. Η ταχύτητα της βάρκας ως προς παρατηρητή στην όχθη του ποταμού έχει μέτρο:

- α. 2 km/h.
- β. 6 km/h.
- γ. 8 km/h.
- δ. 10 km/h.
- ε. 14 km/h.

5. Ένας πύραυλος μπορεί να επιταχυνθεί στο μεσοαστρικό διάστημα; Δικαιολογήστε.

### Θέμα 2<sup>ο</sup>

1. Μια αθλήτρια του σκι, ενώ βρίσκεται σε ηρεμία, ξεκινά από το σημείο Α, κατεβαίνει την πλαγιά περνώντας από το σημείο Β, φτάνει στο σημείο Γ, ανεβαίνει στο τεχνητό σκάμμα, απογειώνεται και κάνει παγκόσμιο ρεκόρ όταν προσγειώνεται στο σημείο Ε. Τα ύψη, ως προς το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Ε, στις διάφορες θέσεις από τις οποίες πέρασε, φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

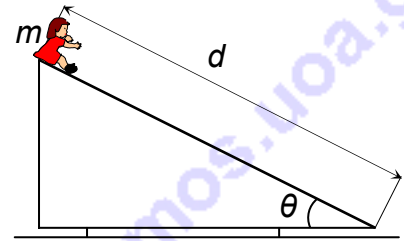


Θεωρήστε ότι η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας είναι  $g=10 \text{ m/s}^2$  και ότι η αθλήτρια δεν χρησιμοποιεί καθόλου τα μπαστούνια του σκι για προώθηση.

Χρησιμοποιήστε το σχήμα αυτό για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις.

- α. Αν η μάζα της αθλήτριας είναι 50 kg, βρείτε την κινητική και τη δυναμική της ενέργεια στις θέσεις Α, Γ, Δ και Ε (λίγο πριν συναντήσει το έδαφος). Αγνοήστε την τριβή και την αντίσταση του αέρα.
- β. Υπολογίστε την ταχύτητα της αθλήτριας στη θέση Γ.
- γ. Σε ποια από τις θέσεις Β και Δ η αθλήτρια έχει μεγαλύτερη ταχύτητα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- δ. Αν στη θέση της αθλήτριας ήταν άλλος αθλητής του σκι με μάζα 80 kg, ποια θα ήταν η ταχύτητά του στη θέση Γ;

2. Μια παιδική τσουλήθρα έχει μήκος  $d=5$  m και σχηματίζει γωνία  $\theta=20^\circ$  με το έδαφος. Ένα παιδί με μάζα  $m=20$  kg ξεκινά από την ηρεμία στην κορυφή της τσουλήθρας. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης της τσουλήθρας είναι  $\mu=0,2$ .

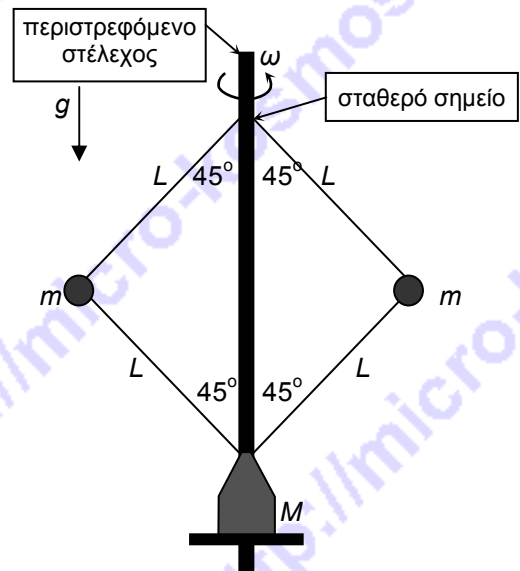


- α. Ποιο είναι το συνολικό έργο που εκτελείται από την τριβή;  
β. Ποια είναι η ταχύτητα του παιδιού στη βάση της τσουλήθρας;  
γ. Πόσο χρόνο θα χρειαστεί το παιδί για να τσουλήσει μέχρι κάτω, στη βάση της τσουλήθρας;

Δίνονται: Η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας  $g=9,8$  m/s<sup>2</sup>,  $\eta\mu 20^\circ=0,34$  και  $\sigma\upsilon\nu 20^\circ=0,94$ .

### Θέμα 3°

1. Δύο σφαίρες με ίσες μάζες  $m$  είναι αρθρωμένες σε αβαρείς ράβδους με μήκος  $L$ . Οι δύο πάνω ράβδοι είναι αρθρωμένες σε σταθερό σημείο του περιστρεφόμενου στελέχους και οι δύο κάτω ράβδοι είναι αρθρωμένες σε ένα σώμα με μάζα  $M$  το οποίο περιστρέφεται μαζί με το στέλεχος, αλλά είναι ελεύθερο να κινείται προς τα πάνω χωρίς τριβές. Για μικρή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , το σώμα με μάζα  $M$  βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο στήριγμα που είναι και αυτό προσκολλημένο στο περιστρεφόμενο στέλεχος και οι ράβδοι σχηματίζουν γωνία  $45^\circ$  με το στέλεχος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όμως όταν η γωνιακή ταχύτητα γίνει μεγαλύτερη από μια τιμή  $\omega_0$  τότε το σώμα με μάζα  $M$  δεν παραμένει σε επαφή με το στήριγμα, αλλά αρχίζει να κινείται προς τα πάνω (έτσι αρχίζει να αυξάνεται η γωνία μεταξύ των ράβδων και του στελέχους).



- α. Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες με μάζα  $m$  και στο σώμα με μάζα  $M$ .  
β. Υπολογίστε το μέτρο της κρίσιμης γωνιακής ταχύτητας  $\omega_0$  για την οποία το σώμα μάζας  $M$  μόλις αρχίζει να ανεβαίνει προς τα πάνω στο στέλεχος.

Σημείωση: Η τάση στις πάνω ράβδους δεν είναι ίση με την τάση στις κάτω.

2. Έστω ότι δεν ήταν γνωστός σε σας ο νόμος της παγκόσμιας έλξης, αλλά γνωρίζατε την κεντρομόλο δύναμη. Επιπλέον, ο καθηγητής της φυσικής σας δίνει την πληροφορία ότι η δύναμη μεταξύ μαζών είναι ανάλογη με το γινόμενο των μαζών και αντιστρόφως ανάλογη με την μεταξύ τους απόσταση  $r$  υψωμένη σε μια θετική ακέραια δύναμη (δηλαδή αντιστρόφως ανάλογη του  $r^x$ , όπου  $x$  φυσικός αριθμός).

Αν γνωρίζετε ότι η απόσταση του πλανήτη Άρη από τον Ήλιο είναι 1,52 φορές μεγαλύτερη από την απόσταση της Γης από τον Ήλιο και ότι το έτος του Άρη είναι 1,88 γήινα έτη, προσδιορίστε το  $x$  ώστε να είστε σε θέση να διατυπώσετε το νόμο της παγκόσμιας έλξης.

### Πειραματικό Μέρος

Ένα οριζόντιο ιδανικό ελατήριο έχει το ένα άκρο του στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο και στο άλλο άκρο του υπάρχει ένα καροτσάκι που ακουμπά (χωρίς να προσκολλάται) πάνω στο ελατήριο και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στο οριζόντιο επίπεδο. Μια ομάδα μαθητών εκτελεί το παρακάτω πείραμα:

1. Με ηλεκτρονικό ζυγό ακριβείας βρίσκουν τη μάζα του καροτσιού.
2. Με διαστημόμετρο μετρούν το μήκος του καροτσιού.
3. Σπρώχνοντας το καροτσάκι προκαλούν συσπίρωση του ελατηρίου κατά  $\Delta x$ .
4. Μετρούν με κανόνα το  $\Delta x$ , και μετά αφήνουν το καροτσάκι ελεύθερο.

Το καροτσάκι επιταχύνεται και εγκαταλείπει το ελατήριο όταν αυτό φτάσει στο φυσικό του μήκος. Στη συνέχεια από το μήκος του καροτσιού και το χρόνο διέλευσής του από μια φωτοπύλη συνδεδεμένη με χρονόμετρο υπολογίζουν την ταχύτητα και μετά την κινητική ενέργεια του καροτσιού.

5. Επαναλαμβάνουν τα βήματα 3 και 4 και τελικά σας παραδίδουν τον παρακάτω πίνακα όπου  $U$  είναι η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και  $\Delta x$  η αντίστοιχη συσπίρωση του ελατηρίου.

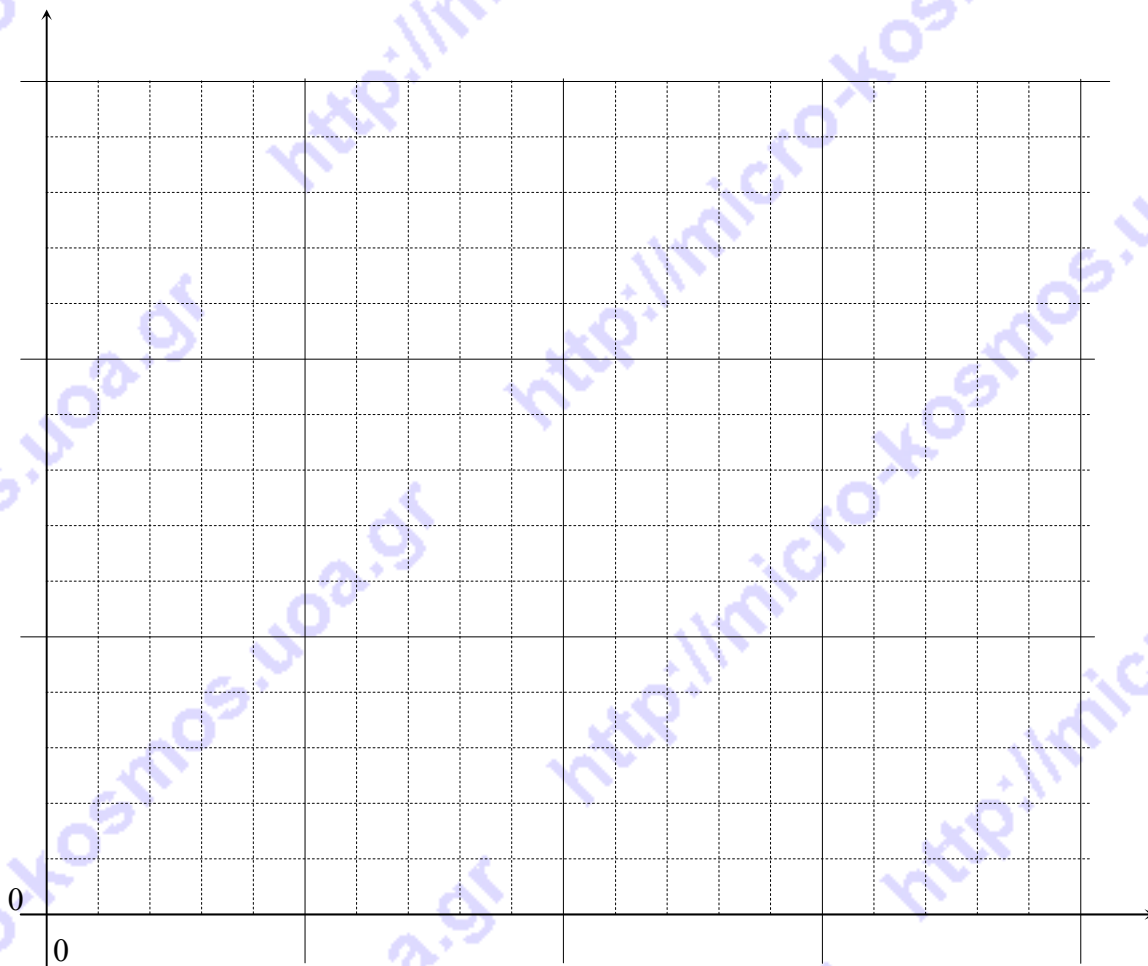
$U(x)$ (J)	0,020	0,036	0,056	0,067	0,085	0,111
$\Delta x$ (cm)	1,0	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα.

- α. Πώς υπολόγισαν οι μαθητές τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου για κάθε αρχική συσπίρωσή του  $\Delta x$ ;
- β. Κάντε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του καροτσιού σε σχέση με το χρόνο.
- γ. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση  $U = \frac{1}{2} k(\Delta x)^2$  όπου  $k$  η σταθερά του ελατηρίου. Βρείτε τη σταθερά του ελατηρίου σε μονάδες του SI κάνοντας το κατάλληλο διάγραμμα. (Δείτε την επόμενη σελίδα). Επιλέξτε τους άξονες τιλοδοτήστε συμπεριλάβετε και τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα. Σημειώστε ότι είναι ευκολότερο να πάρετε πληροφορία από ένα γράφημα που είναι ευθεία παρά από ένα γράφημα που είναι μια οποιαδήποτε άλλη καμπύλη. Έτσι σκεφτείτε πριν αποφασίσετε ποιο διάγραμμα θα κάνετε.
- δ. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του καροτσιού τη στιγμή που αφήνεται από τη θέση που το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά  $\Delta x = 4,0$  cm;

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε το διάγραμμα εδώ και να επισυνάψετε το χαρτί αυτό μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες τιλοδοτήστε συμπεριλάβετε και τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.



## Συνοπτικές λύσεις

### Θέμα 1°

1. Η σχέση  $\delta$  δεν μπορεί να είναι σωστή.

2.  $\beta$       3.  $\epsilon$       4.  $\delta$

5. Ναι, αφού η προώθηση του πυραύλου στηρίζεται στην αρχή διατήρησης της ορμής. Ο πύραυλος προωθείται προς μια κατεύθυνση, εκτοξεύοντας αέρια προς την αντίθετη κατεύθυνση. Προσοχή δεν αναφερόμαστε σε πύραυλο που έφυγε από τη Γη ή σε διαστημικό σκάφος που επιταχύνεται από το βαρυτικό πεδίο πλανητών και αστερών αλλά σε πύραυλο που μπορεί να εκτοξεύθηκε από ένα διαστημόπλοιο ή πύραυλο από αυτούς που κινούν τους αστροναύτες, οπότε τα καύσιμα είναι μέσα στον πύραυλο.

### ΘΕΜΑ 2°:

1. α. Η κινητική ενέργεια στη θέση Α είναι  $K_A=0$  και η δυναμική  $U_A=mgh_A$ , οπότε:

$U_A = 50 \cdot 10 \cdot 100 \text{ J} = 50000 \text{ J}$ . Η μηχανική ενέργεια στη θέση Α είναι το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας δηλαδή 50000 J

$U_{\Gamma} = mgh_{\Gamma} = 50 \cdot 10 \cdot 30 \text{ J} = 15000 \text{ J}$

Επειδή η μηχανική ενέργεια διατηρείται:  $K_{\Gamma} = (50000 - 15000) \text{ J}$ , δηλαδή:  $K_{\Gamma} = 35000 \text{ J}$ .

$U_{\Delta} = 50 \cdot 10 \cdot 60 \text{ J} \Rightarrow U_{\Delta} = 30000 \text{ J}$ , συνεπώς:  $K_{\Delta} = 20000 \text{ J}$

$U_E = 0$ , συνεπώς:  $K_E = 50000 \text{ J}$

β.  $K_{\Gamma} = \frac{m u_{\Gamma}^2}{2}$ , άρα:  $u_{\Gamma} = \sqrt{\frac{2K_{\Gamma}}{m}}$ . Δηλαδή:  $u_{\Gamma} = \sqrt{\frac{2 \cdot 35000}{50}} = 10 \sqrt{14} \text{ m/s}$

γ.  $U_B + K_B = U_{\Delta} + K_{\Delta}$ , αλλά  $U_B = U_{\Delta}$ . Συνεπώς, και  $K_B = K_{\Delta}$ , δηλαδή:  $\frac{m u_B^2}{2} = \frac{m u_{\Delta}^2}{2}$ . Άρα:  $u_B = u_{\Delta}$

2. α.  $T = \mu N = \mu mg \sin \theta$  (1)

$W_T = -T d = -\mu mg \sin \theta \cdot d$

Αντικαθιστώντας έχουμε:  $W_T = -0,2 \cdot 20 \cdot 9,8 \cdot 0,94 \cdot 5 = -180 \text{ J}$

β. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\frac{1}{2} m u^2 - 0 = mg d \eta \mu \theta + W_T \Rightarrow u = \sqrt{\frac{2mgd\eta\mu\theta + 2W_T}{m}}$$

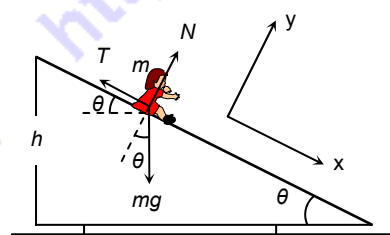
με αντικατάσταση προκύπτει:  $u = 3,9 \text{ m/s}$

γ. Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:  $m g \eta \mu \theta - T = m a \stackrel{(1)}{\Rightarrow} m g \eta \mu \theta - \mu m g \sin \theta = m a$

Έχουμε:  $a = g(\eta \mu \theta - \mu \sin \theta) = 9,8(0,34 - 0,2 \cdot 0,94) \text{ m/s}^2$

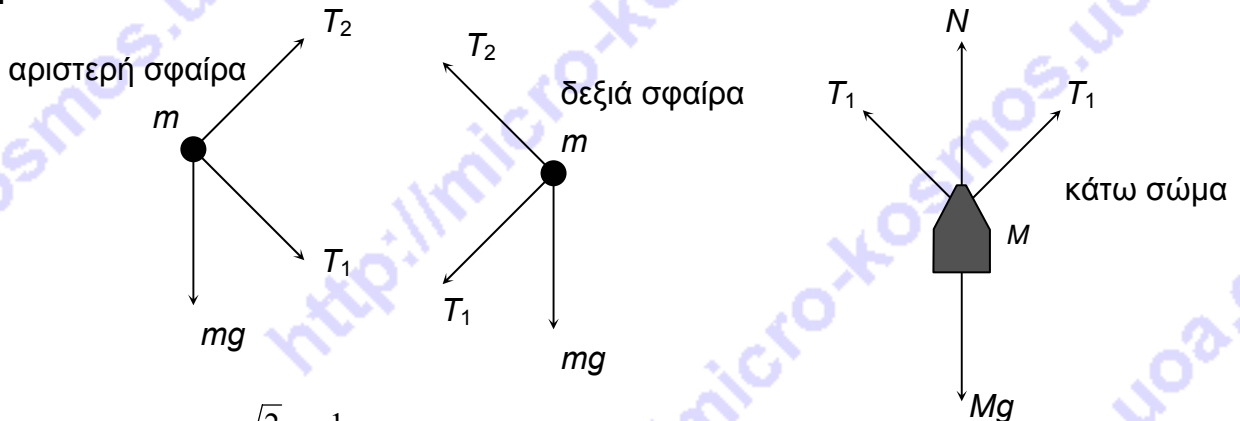
Δηλαδή:  $a = 1,5 \text{ m/s}^2$  οπότε

$$y = at \quad \text{και} \quad t = \frac{u}{a} = \frac{3,9}{1,5} = 2,6 \text{ s}$$



Θέμα 3<sup>ο</sup>

1. α.



β.  $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Οι μικρές μάζες  $m$  εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα  $R = \frac{L}{\sqrt{2}}$  και κεντρομόλο επιτάχυνση  $a = \omega^2 R$ .

Έτσι, για τη δεξιά και αριστερή σφαίρα μάζας  $m$ , έχουμε:

με φορά προς το κέντρο (οριζόντια):  $\frac{T_2}{\sqrt{2}} + \frac{T_1}{\sqrt{2}} = \frac{m\omega^2 L}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_2 + T_1 = m\omega^2 L$  (1)

με φορά κατακόρυφη:  $\frac{T_2}{\sqrt{2}} - \frac{T_1}{\sqrt{2}} - mg = 0 \Rightarrow T_2 - T_1 = mg\sqrt{2}$  (2)

Για το κάτω σώμα μάζας  $M$ , έχουμε:

με φορά προς το κέντρο (κατακόρυφη):  $\frac{2T_1}{\sqrt{2}} + N - Mg = 0 \Rightarrow N + T_1\sqrt{2} = Mg$  (3)

οριζόντια:  $\frac{T_1}{\sqrt{2}} - \frac{T_1}{\sqrt{2}} = 0$

γ. Στην κρίσιμη γωνιακή ταχύτητα, πρέπει να έχουμε  $N=0$ .

Έτσι, από την εξίσωση (3), έχουμε:  $T_1 = \frac{Mg}{\sqrt{2}}$

από την εξίσωση (2), έχουμε:  $T_2 = T_1 + mg\sqrt{2} = \frac{Mg}{\sqrt{2}} + mg\sqrt{2}$

και από την εξίσωση (1), έχουμε:  $mL\omega_0^2 = T_2 + T_1 = \frac{2Mg}{\sqrt{2}} + mg\sqrt{2} = g\sqrt{2}(M+m)$

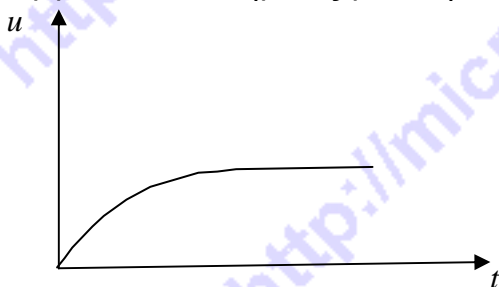
$\Rightarrow \omega_0 = \left[ \frac{g\sqrt{2}(M+m)}{mL} \right]^{\frac{1}{2}}$

$$2. \quad G \frac{Mm}{r^x} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r^{x-1}}} \quad T = \frac{2\pi}{v} r = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} r \sqrt{r^{x-1}}$$

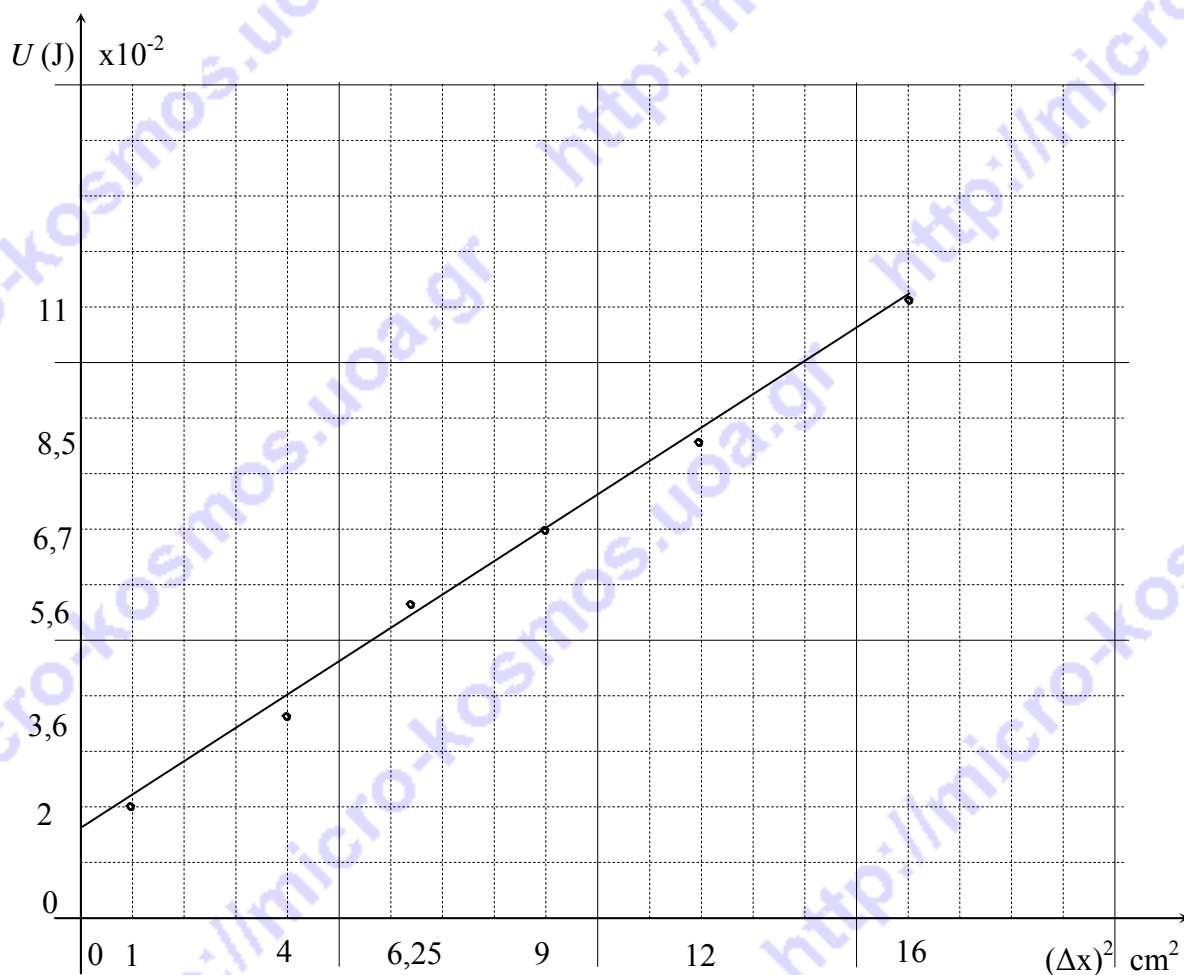
$$\frac{T_A}{T_\Gamma} = \frac{r_A \sqrt{r_A^{x-1}}}{r_\Gamma \sqrt{r_\Gamma^{x-1}}} \quad \text{ή} \quad 1,88^2 = 1,52^2 \cdot 1,52^{x-1} \quad 1,52 = 1,52^{x-1} \quad \text{ή} \quad x-1=1 \quad \text{ή} \quad x=2$$

α. Κάθε φορά η κινητική ενέργεια του καροτσιού την οποία υπολόγισαν όπως περιγράφεται στην εκφώνηση θα είναι ίση με την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αφού διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος μετά την απελευθέρωση του καροτσιού.

β.



γ. Το κατάλληλο διάγραμμα είναι αυτό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σε σχέση με το τετράγωνο της αρχικής συσπείρωσής του. Το διάγραμμα θα είναι ευθεία αφού η δυναμική ενέργεια είναι ανάλογη του τετραγώνου της συσπείρωσης του ελατηρίου. Από την κλίση της ευθείας η οποία θα είναι  $K/2$  υπολογίζουμε την σταθερά του ελατηρίου.





Παρατήρηση: Η βέλτιστη ευθεία που προκύπτει από τα πειραματικά δεδομένα παρατηρούμε ότι δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων όπως θα έπρεπε. Αυτό οφείλεται σε κάποιο συστηματικό σφάλμα στις μετρήσεις της ταχύτητας του καροτσιού μέσω της οποίας υπολογίσαμε την κινητική του ενέργεια άρα και την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Από την κλίση βρίσκουμε  $K/2 = 9 \cdot 10^{-2} \text{ (J)} / 15 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)}$  οπότε  $K=120 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$ .

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του καροτσιού θα είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη στο καρότσι η οποία είναι η δύναμη από το ελατήριο. Σύμφωνα με το νόμο του Hooke:

$F_{\text{ελ}}=k\Delta x$  οπότε  $F_{\text{ελ}}=120 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ N}=4,8 \text{ N}$