

Γ' Λυκείου

14 Μαρτίου 2009

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1ο

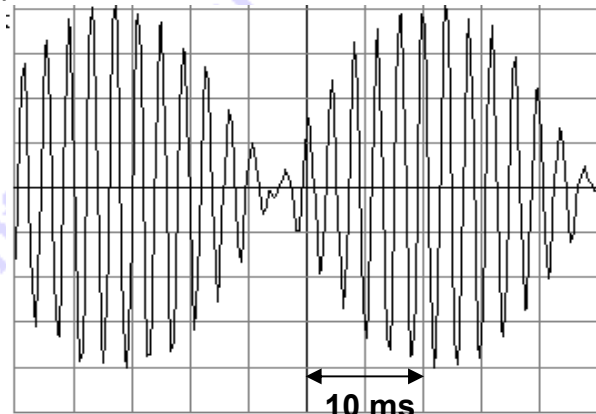
A. Κάποιοι από τους αστροναύτες των αποστολών Απόλλων παρατήρησαν ένα στρώμα σκόνης να αιωρείται πάνω από την επιφάνεια της Σελήνης. Στην αρχή εξεπλάγησαν αφού η Σελήνη δεν έχει ατμόσφαιρα. Η καλύτερη εξήγηση για τις παρατηρήσεις αυτές είναι ότι:

- (α) ήταν οφθαλμαπάτη όπως συμβαίνει στις ερήμους της Γης
- (β) δεν υπάρχει βαρύτητα στη Σελήνη και έτσι εξηγείται το ότι η σκόνη μένει μετέωρη πάνω από την επιφάνειά της και δεν πέφτει σ' αυτήν
- (γ) υπάρχουν βαρυτικές απώσεις στη Σελήνη
- (δ) η σκόνη και η επιφάνεια της Σελήνης από κάτω ήταν θετικά φορτισμένη λόγω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου

B. 3000 άτομα υδρογόνου βρίσκονται αρχικά στην κατάσταση με κύριο κβαντικό αριθμό $n=4$. Τα άτομα αποδιεγείρονται στις πιο χαμηλές ενεργειακές στάθμες. Υποθέσατε ότι για κάθε διεγερμένη κατάσταση όλες οι δυνατές αποδιεγέρσεις είναι εξίσου πιθανές. Ποιος είναι ο ολικός αριθμός των φωτονίων που εκπέμπονται;

Γ. Στο γράφημα φαίνεται η απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, στην περίπτωση μιας ιδιόμορφης ταλάντωσης που παρουσιάζει διακροτήματα.

- (α) Ποια είναι η συχνότητα των διακροτημάτων;
- (β) Ποιες είναι κατά προσέγγιση οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων, των οποίων η σύνθεση δημιουργεί την ιδιόμορφη ταλάντωση;

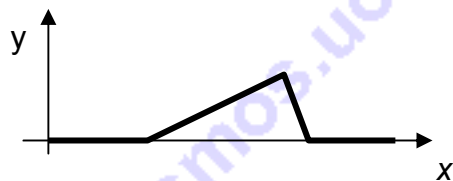


Δ. Τα σημεία Π_1 και Π_2 της ήρεμης επιφάνειας υγρού μπορούν να ταλαντεύονται κατακόρυφα με το ίδιο πλάτος ταλάντωσης A και την ίδια περίοδο T . Το σημείο Π_1 αρχίζει την ταλάντωσή του τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κατά τη θετική φορά και το Π_2 τη χρονική στιγμή $t'_0=25T/3$ επίσης κατά τη θετική φορά.

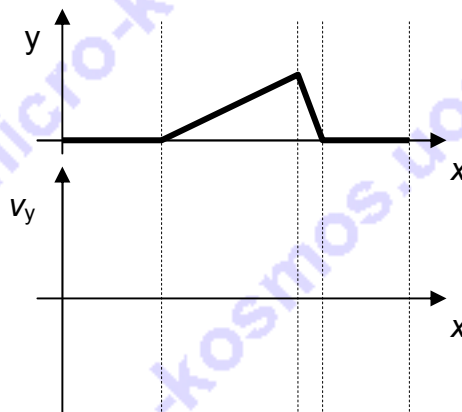
- (α) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης λόγω συμβολής των σημείων της επιφάνειας του υγρού, που βρίσκονται πάνω στη μεσοκάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$, σε συνάρτηση με το A .
- (β) Αν $\Pi_1\Pi_2=50\lambda/3$ (λ το μήκος κύματος των κυμάτων που παράγουν οι πηγές Π_1, Π_2 , να παραστήσετε γραφικά με το χρόνο το πλάτος ταλάντωσης του σημείου M που είναι στο μέσον της $\Pi_1\Pi_2$, μετά τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

Θέμα 2ο

A. Στο διπλανό γράφημα φαίνεται το στιγμιότυπο ε -νόσ παλμού τη χρονική στιγμή t_1 . Ο παλμός διαδίδεται προς τα δεξιά κατά μήκος μιας χορδής που βρίσκεται στον άξονα x .



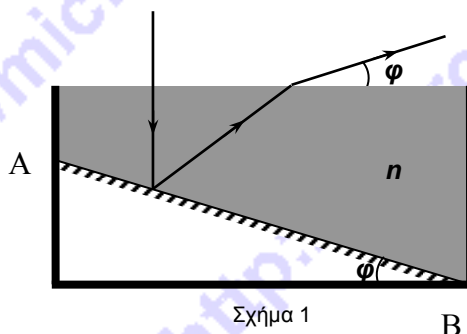
(α) Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση y και την ταχύτητα v_y ενός σημείου που βρίσκεται στη θέση x_1 της χορδής σε σχέση με το χρόνο. Τα δύο αυτά γραφήματα να είναι το ένα κάτω από το άλλο όπως και στο επόμενο ερώτημα.



(β) Στο διπλανό γράφημα φαίνεται πάλι το στιγμιότυπο του παλμού τη χρονική στιγμή t_1 . Ο παλμός διαδίδεται προς τα δεξιά κατά μήκος μιας χορδής που βρίσκεται στον άξονα x . Αφού αντιγράψετε το γράφημα αυτό στο τετράδιό σας να συμπληρώσετε ακριβώς από κάτω το γράφημα της ταχύτητας v_y σε σχέση με το x τη χρονική στιγμή t_1 .

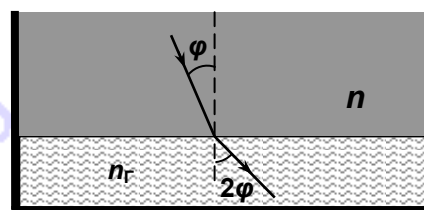
(γ) Αν το δεξιό άκρο της χορδής είναι ακλόνητο να σχεδιάσετε ένα στιγμιότυπο του ανακλώμενου παλμού.

B. Σε δοχείο τοποθετούμε το επίπεδο κάτοπτρο AB ώστε να σχηματίζει γωνία φ με τον πυθμένα του δοχείου, γεμίζουμε το δοχείο με υγρό και μια μονοχρωματική κατακόρυφη δέσμη φωτός εισέρχεται από τον αέρα στο υγρό. Η δέσμη αυτή αφού ανακλαστεί στο κάτοπτρο εξέρχεται από το υγρό σχηματίζοντας γωνία φ με την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού όπως φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

Η ίδια δέσμη φωτός όταν περνά από το υγρό σε διαφανές υλικό διαθλάται όπως φαίνεται στο σχήμα 2.



Σχήμα 2

Αν ο δείκτης διάθλασης του υγρού για αυτή τη μονοχρωματική ακτινοβολία είναι n τότε ο δείκτης διάθλασης n_f του διαφανούς υλικού θα είναι:

α) $\frac{n}{\sqrt{4n^2 + 1}}$

β) $\frac{n-1}{n+1}$

γ) $\frac{2n^2}{\sqrt{4n^2 - 1}}$

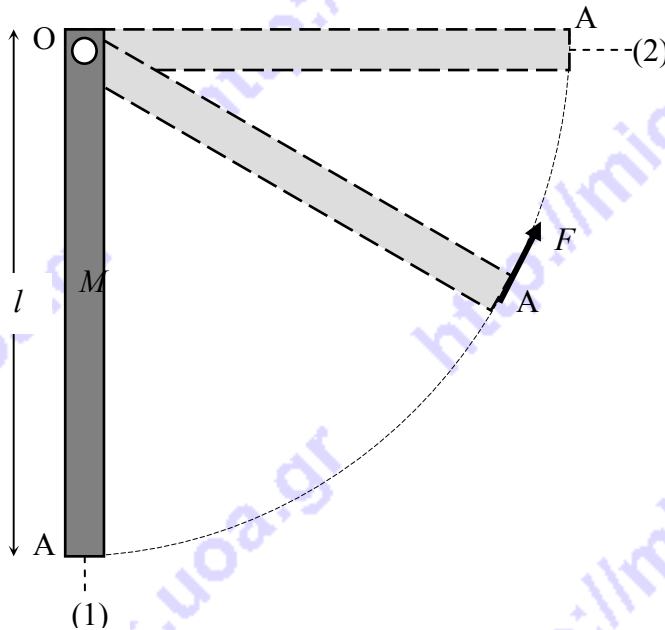
δ) $\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}$

ε) $\frac{n^2}{\sqrt{4n^2 - 1}}$

Να εξηγήσετε πλήρως την απάντησή σας.

Θέμα 3ο

Η ομογενής και ισοπαχής δοκός ΟΑ του παρακάτω σχήματος μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που περνά από το άκρο της Ο και είναι κάθετος στη διεύθυνσή της. Η δοκός έχει μάζα $M=1$ kg, μήκος $l=1,8$ m και αρχικά ισορροπεί ελεύθερα στην κατακόρυφη διεύθυνση (θέση 1 του σχήματος). Ένας ψηλός μαθητής ασκεί δύναμη σταθερού μέτρου F_0 στο άκρο Α της δοκού. Η διεύθυνση της F_0 βρίσκεται συνεχώς στο επίπεδο περιστροφής της δοκού και είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό. Ο μαθητής φέρνει τη δοκό στην οριζόντια θέση (2) του σχήματος, προσφέροντας την ελάχιστη ενέργεια.



Δίνονται:

$$g=10 \text{ m/sec}^2$$

$$\eta_{40^\circ} \cong \frac{2}{\pi} \cong 0,6$$

$$\frac{1}{\pi} = 0,32$$

- α. Βρείτε την ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφέρει ο μαθητής για να φέρει τη δοκό από την κατακόρυφη θέση (1) του σχήματος, στην οριζόντια θέση (2) του σχήματος.
- β. Βρείτε το μέτρο της δύναμης F_0 .
- γ. 1. Επιλέξτε τη σωστή πρόταση και αιτιολογήστε την απάντησή σας:
 - i. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της δοκού συνεχώς αυξάνεται.
 - ii. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της δοκού συνεχώς μειώνεται.
 - iii. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της δοκού αρχικά μειώνεται και στη συνέχεια αυξάνεται.
2. Εξηγήστε γιατί σε κάποια θέση της ανοδικής κίνησης της δοκού, η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη.
- δ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη κινητική ενέργεια της δοκού κατά την ανοδική της κίνηση με την επίδραση της δύναμης σταθερού μέτρου F_0 .

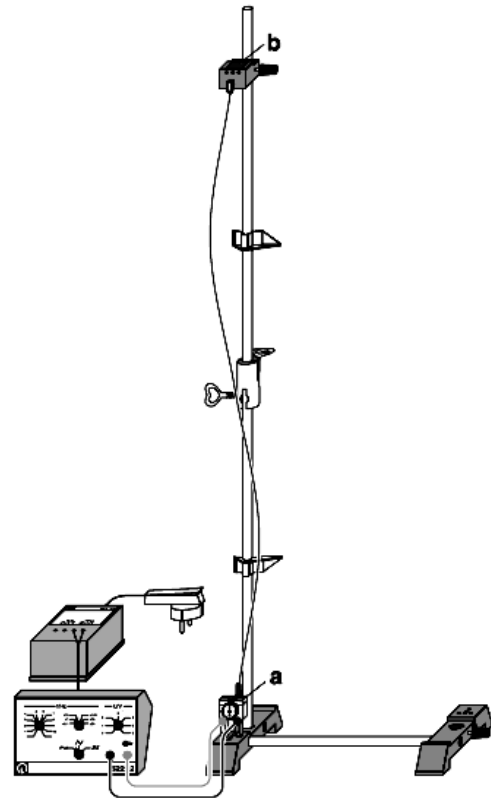
Πειραματικό Μέρος

A. Μπορούμε να δημιουργήσουμε στάσιμα κύματα σε μια κατακόρυφη χορδή της οποίας τα άκρα είναι στερεωμένα. Το πάνω άκρο σε ένα κυβικό σφικτήρα *b* και το κάτω άκρο στον κινητήρα *a* με κατάλληλο τρόπο. Ο κινητήρας συνδέεται με τη γεννήτρια συχνοτήτων και αυτή με τη σειρά της στην έξοδο μετασχηματιστή ώστε να τροφοδοτείται με τάση 12V. Ανάλογα με τη συχνότητα διέγερσης *f* προκύπτουν ταλαντώσεις στάσιμου κύματος. Μεταβάλλοντας με τη γεννήτρια συχνοτήτων τη συχνότητα περιστροφής του κινητήρα, βρίσκουμε τις συχνότητες για τις οποίες τα άκρα της ράβδου μπορούμε να πούμε ότι είναι ακίνητα. Ξεκινάμε από πολύ μικρή συχνότητα 0.1 Hz και αυξάνουμε. Επιτυγχάνουμε έτσι τη δημιουργία ταλαντώσεων στάσιμου κύματος στη χορδή με $n=1,2,3,4$, και 5 κοιλίες καταγράφοντας τις αντίστοιχες συχνότητες διέγερσης στον παρακάτω πίνακα δεδομένων.

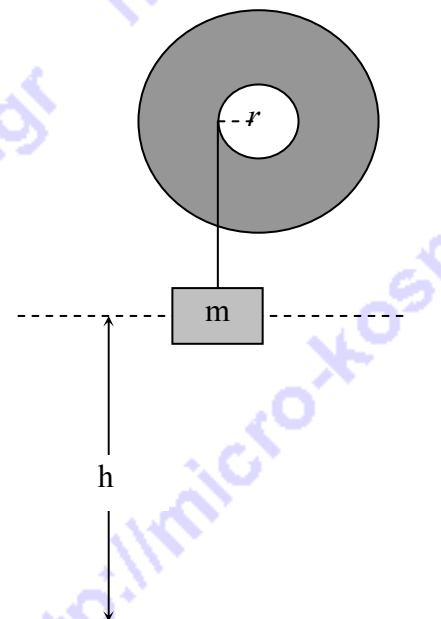
<i>n</i>	<i>f</i> (Hz)
1	15
2	34
3	54
4	71
5	91

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η πειραματική διάταξη τη στιγμή που στη ράβδο έχουν σχηματιστεί δύο κοιλίες δηλαδή $n=2$. Το μήκος της χορδής είναι $L=79\text{cm}$.

Να κάνετε το γράφημα $f-n$ και με τη βοήθειά του να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων στην χορδή.



B. Ένας μαθητής εκτέλεσε ένα πείραμα για τη μέτρηση της ροπής αδράνειας *I* ενός μεγάλου μεταλλικού δίσκου. Ο δίσκος στερεώθηκε ώστε να είναι κατακόρυφος και να μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Στο δίσκο υπάρχει διάκενο με ακτίνα *r* στο οποίο είναι τυλιγμένο μη ελαστικό αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται ένα βαρίδι σε ύψος $h=1,6\text{m}$ από το πάτωμα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο μαθητής χρησιμοποίησε διάφορα βαρίδια και κάθε φορά μετρούσε το χρόνο μέσα στον οποίο το κάθε βαρίδι έφθανε στο πάτωμα όταν το άφηνε από το ύψος *h*. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.



Μάζα βαριδίου m (kg)	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
Χρόνος t (s)	26,5	18,8	15,5	13,0	12,1	10,6	10,0	9,4

Η ακτίνα του διάκενου μετρήθηκε με διαστημόμετρο και βρέθηκε $r = 7,50$ cm. Η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας είναι $g = 9,8$ m/s².

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

α) Βρείτε μια έκφραση για το χρόνο t μέσα στον οποίο το βαρίδι διανύει την απόσταση h ως συνάρτηση του h και της επιτάχυνσης a του βαριδίου.

β) Βρείτε μια έκφραση για την επιτάχυνση του βαριδίου ως συνάρτηση της μάζας του και της ροπής αδράνειας I του δίσκου.

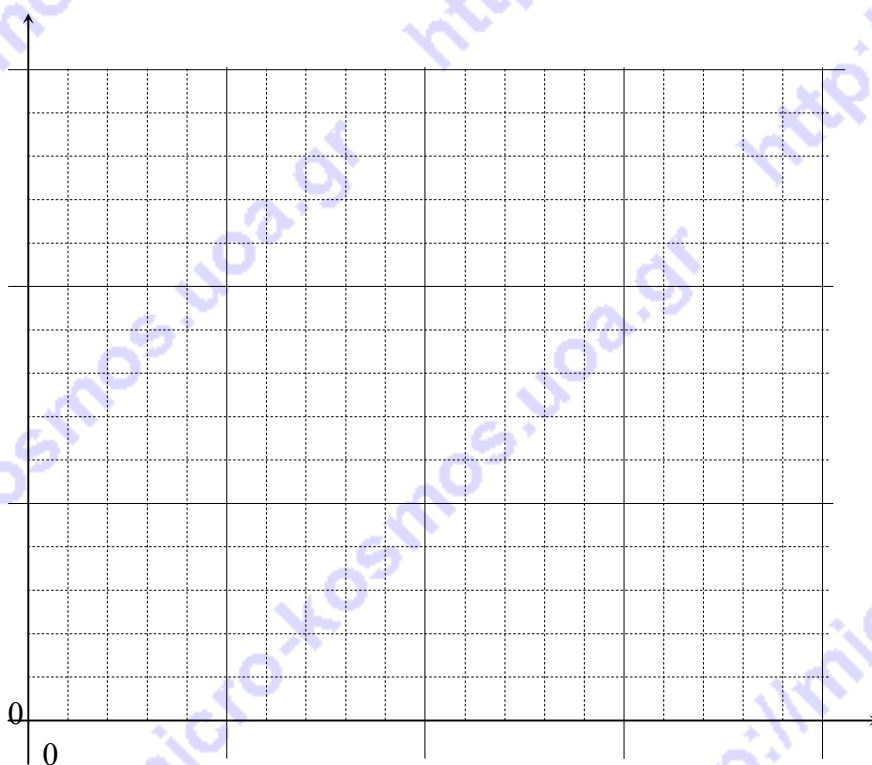
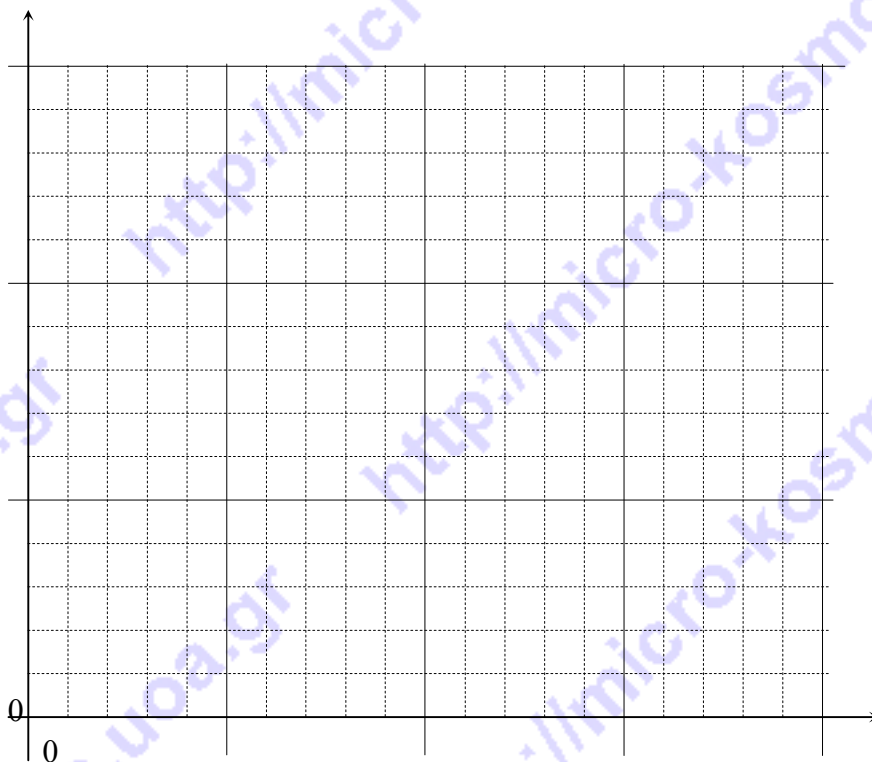
γ) Βρείτε μια έκφραση για το τετράγωνο του χρόνου t^2 ως συνάρτηση των δεδομένων (m, h, g, r) και της ροπής αδράνειας του δίσκου.

δ) Με τη βοήθεια των δεδομένων του παραπάνω πίνακα, κάντε το κατάλληλο γράφημα από το οποίο θα μπορούσατε να βρείτε τη ροπή αδράνειας του δίσκου.

ε) Βρείτε τη ροπή αδράνειας I του δίσκου από το γράφημα που κάνατε δίνοντας τις απαραίτητες εξηγήσεις.

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε τα γραφήματα των ερωτήσεων του πειραματικού μέρους σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες τιτλοδοτήστε συμπεριλάβετε και τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.



Συνοπτικές απαντήσεις

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1ο

A. Σωστό το δ

B. Αφού οι αποδιεγέρσεις είναι ισοπίθανες από τα 3000 ηλεκτρόνια που βρίσκονται στη $n=4$ τα 1000 θα πέσουν στην $n=1$, τα 1000 στη $n=2$ και τα 1000 στη $n=3$. Τα 1000 της $n=2$ θα πέσουν στη $n=1$. Από τα 1000 της $n=3$ τα 500 θα πέσουν στη $n=2$ και τα 500 στη $n=1$. Τέλος τα 500 της $n=2$ θα πέσουν στη $n=1$. Επειδή σε κάθε αποδιέγερση εκπέμπεται ένα φωτόνιο, συνολικά θα εκπεμφθούν: $1000+1000+1000+1000+500+500+500=5500$ φωτόνια.

Γ. (α) Από το γράφημα βλέπουμε ότι η περίοδος του διακροτήματος είναι περίπου $T_\delta=27\text{ms}$. Συνεπώς η συχνότητα του διακροτήματος θα είναι $f_\delta=\frac{1}{T_\delta}=37\text{Hz}$ περίπου

(β) Από το γράφημα βλέπουμε ότι σε 10ms έχουν γίνει 5 ταλαντώσεις συνεπώς η περίοδος της ιδιόμορφης ταλάντωσης θα είναι: $T=2\text{ms}$ δηλαδή $T=2\cdot 10^{-3}\text{s}$. Η συχνότητα της ιδιόμορφης ταλάντωσης θα είναι: $f=1/T$ δηλαδή $f=500\text{Hz}$.

$$\text{Αλλά } f = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad \text{οπότε} \quad f_1 + f_2 = 1000\text{Hz} \quad (1)$$

$$\text{Όμως } T_\delta = \frac{1}{f_1 - f_2} \quad \text{από την οποία έχουμε } f_1 - f_2 \cong 37\text{Hz} \quad (2)$$

Λύνοντας το σύστημα των (1), (2) βρίσκουμε τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων $f_1=518,5\text{ Hz}$ και $f_2=481,5\text{Hz}$

Δ. (α) Οι εξισώσεις απομάκρυνσης των πηγών Π_1, Π_2 αντίστοιχα είναι:

$$y_{\pi 1} = A \eta \mu \omega t \quad \text{ή} \quad y_{\pi 1} = A \eta \mu \frac{2\pi}{T} t \quad (1) \quad \text{και} \quad y_{\pi 2} = A \eta \mu \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{25T}{3} \right) \quad \text{ή}$$

$$y_{\pi 2} = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{25}{3} \right) \quad (2)$$

Αν r η απόσταση από τις πηγές Π_1, Π_2 του τυχαίου σημείου I της μεσοκαθέτου, οι εξισώσεις απομάκρυνσης του I λόγω των κυμάτων από τις πηγές Π_1, Π_2 αντίστοιχα είναι:

$$y_1 = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) \quad (3) \quad \text{και} \quad y_2 = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} - \frac{25}{3} \right) \quad (4)$$

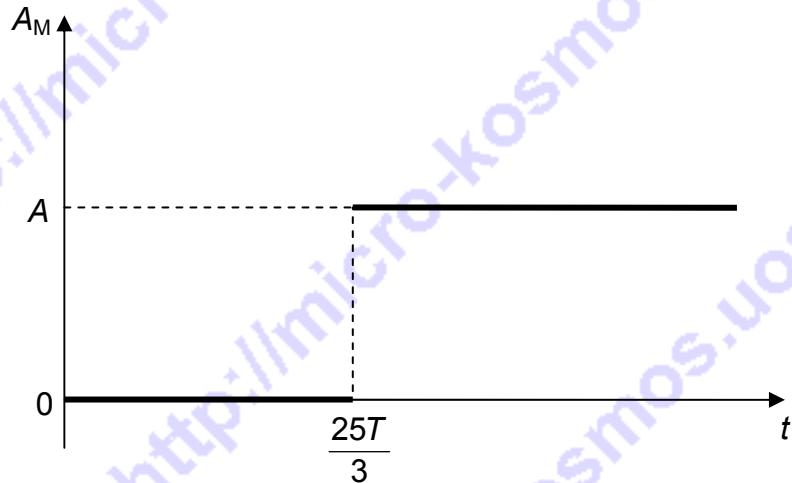
Οι ταλαντώσεις (3) και (4) του I έχουν ίδια διεύθυνση και συχνότητα αλλά παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\Delta\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} - \frac{25}{3} \right)$ ή $\Delta\phi = \frac{50\pi}{3} = 16\pi + \frac{2\pi}{3}$ (5)

Το πλάτος ταλάντωσης του I είναι $A_I = \sqrt{A^2 + A^2 + 2 \cdot A \cdot A \cdot \sigma \nu \nu \Delta\phi} = \sqrt{2A^2 + 2A^2 \left(-\frac{1}{2} \right)}$

δηλαδή $A_I = A$. Άρα κάθε σημείο της μεσοκαθέτου, λόγω συμβολής, ταλαντεύεται με πλάτος A .

(β) Η κίνηση του Μ αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_M = \frac{(\Pi_1 \Pi_2)}{c} = \frac{50\lambda}{6c} = \frac{25T}{3}$ και η συμβολή στο Μ τη χρονική στιγμή $t'_M = t_M + t'_0 = \frac{50T}{3}$. Άρα $A_M = 0$ για $t \leq \frac{25T}{3}$ και $A_M = A$ για $t > \frac{25T}{3}$

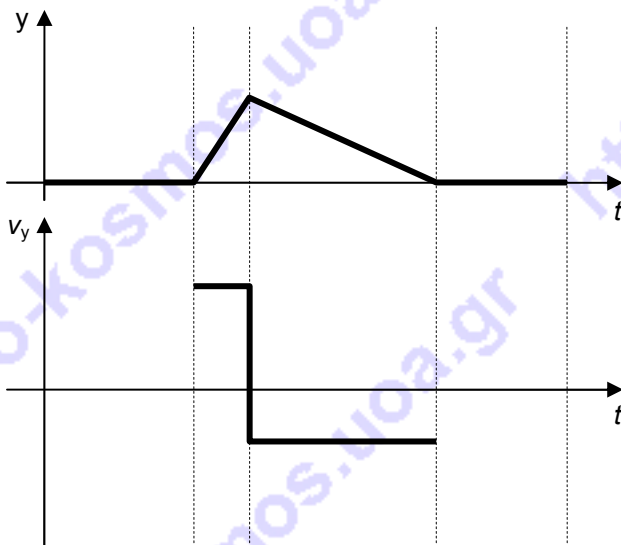
Οπότε το γράφημα του πλάτους με το χρόνο για το μέσο Μ της (Π_1, Π_2) φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



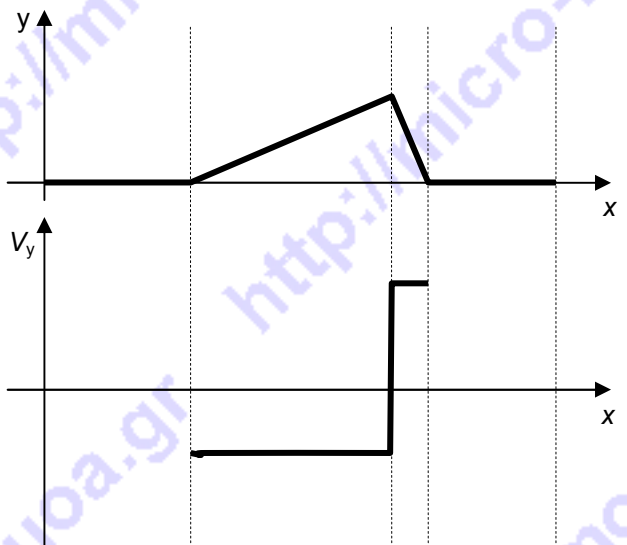
Θέμα 2ο

A.

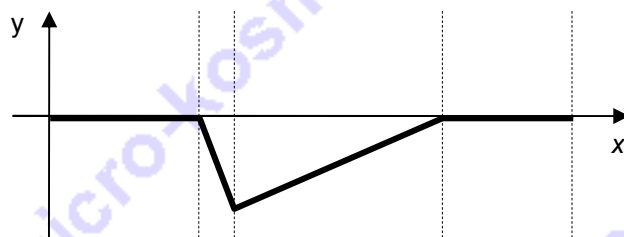
(α)



(β)



(γ)



B.

Επειδή η γωνία πρόσπτωσης ισούται με τη γωνία ανάκλασης και με λίγη γεωμετρία οι γωνίες είναι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. (Με τις διακεκομμένες φαίνονται οι κάθετες στις διαχωριστικές επιφάνειες)

Από το νόμο του Snell για τη διάθλαση που υφίσταται η δέσμη όταν περνά από το υγρό στον αέρα έχουμε

$$n \cdot \eta\mu(2\varphi) = \eta\mu(90 - \varphi) \quad \text{ή}$$

$$n \cdot \eta\mu(2\varphi) = \sigma\upsilon\eta\varphi \quad (1)$$

Από το νόμο του Snell για τη διάθλαση από το υγρό στο διαφανές υλικό έχουμε:

$$n \eta\mu\varphi = n_r \eta\mu 2\varphi \quad (2)$$

Η (1) γράφεται:

$$n \cdot 2 \eta\mu\varphi \sigma\upsilon\eta\varphi = \sigma\upsilon\eta\varphi \quad \text{οπότε} \quad \eta\mu\varphi = \frac{1}{2n} \quad (3)$$

Η (2) γράφεται: $n \eta\mu\varphi = n_r \cdot 2 \eta\mu\varphi \sigma\upsilon\eta\varphi$ οπότε $\sigma\upsilon\eta\varphi = \frac{n}{2 \cdot n_r}$ (4)

Αλλά $\eta\mu^2\varphi + \sigma\upsilon\eta^2\varphi = 1$ οπότε με τη βοήθεια των (3) και (4) έχουμε:

$$\left(\frac{1}{2 \cdot n}\right)^2 + \left(\frac{n}{2 \cdot n_r}\right)^2 = 1 \quad \text{από την οποία προκύπτει} \quad n_r = \frac{n^2}{\sqrt{4 \cdot n^2 - 1}}$$

Επομένως σωστή είναι η ε.

Θέμα 3ο

α. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας: $U_1 + W = U_2 + K_2$

Οπότε: $W = \Delta U + K_2$

Δηλαδή: $W = M \cdot g \cdot \frac{l}{2} + K_2 \quad (1)$

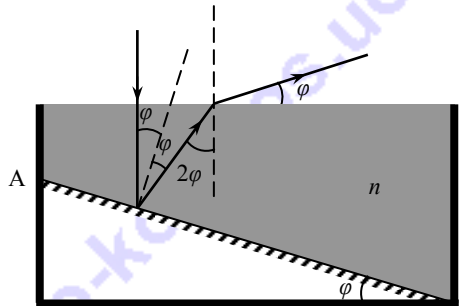
Από την (1) προκύπτει ότι όταν $K_2 = 0$, έχουμε W_{\min} .

Συνεπώς: $W_{\min} = M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \quad (2)$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $W_{\min} = 9 \text{ J}$

β. Επειδή: $\tau_{F_0} = F_0 \cdot l = \sigma\tau\alpha\theta.$

θα είναι: $W_{F_0} = F_0 \cdot l \cdot \frac{\pi}{2} \quad (3)$



Σχήμα 1

Επειδή όμως:

$$W_{F_0} = W_{\min}$$

από τις (2) και (3) προκύπτει ότι:

$$F_0 = \frac{M \cdot g}{\pi} \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $F_0 = 3,18 \text{ N}$ και με την προσέγγιση $F_0 = 3,2 \text{ N}$

γ. 1. Στην τυχαία θέση της δοκού:

$$\frac{dL}{dt} = \sum \tau$$

$$\text{ή: } \frac{dL}{dt} = F_0 \cdot l - M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot \eta \mu \theta$$

ή λόγω της (4):

$$\left| \frac{dL}{dt} \right| = M \cdot g \cdot l \cdot \left| \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \cdot \eta \mu \theta \right| \quad (5)$$

Από την (5) προκύπτει ότι σωστή πρόταση είναι η (iii).

2. Από την (5) έχουμε:

$$\sum \tau = M \cdot g \cdot l \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \cdot \eta \mu \theta \right) \quad (6)$$

Από την (6) προκύπτει ότι

αρχικά είναι $\sum \tau > 0$ και μειώνεται οπότε η κινητική ενέργεια αυξάνεται, σε κάποια θέση η $\sum \tau$ μηδενίζεται και στη συνέχεια γίνεται αρνητική οπότε η κινητική ενέργεια μειώνεται. Επομένως στη θέση όπου $\sum \tau = 0$, η κινητική ενέργεια γίνεται μέγιστη.

δ. Από την (6) όταν $\sum \tau = 0$ προκύπτει ότι: $\eta \mu \theta_1 = 2/\pi$,

οπότε: $\theta_1 = 40^\circ$, δηλαδή:

$$\theta_1 = 2\pi/9$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας από τη θέση (1) στη θέση όπου η γωνία είναι θ_1 έχουμε:

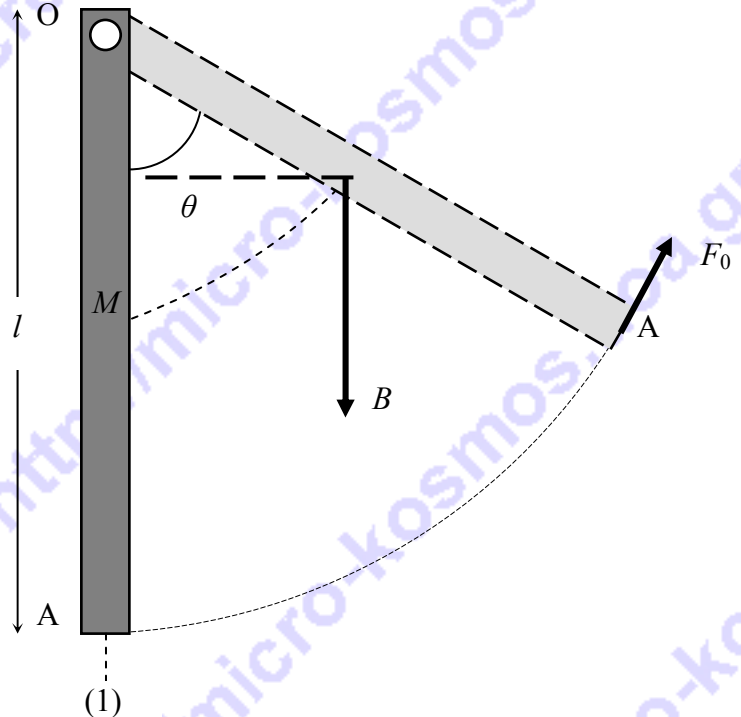
$$W_{F_0} = \Delta U + K_{\max}$$

οπότε

$$F_0 \cdot l \cdot \frac{2\pi}{9} = M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot (1 - \text{συν}\theta_1) + K_{\max} \quad \text{και επειδή}$$

$$\text{συν}\theta_1 = \sqrt{1 - \eta \mu^2 \theta_1} \quad \text{λόγω της (4) η παραπάνω δίνει: } K_{\max} = \frac{11}{90} M \cdot g \cdot l$$

και με αντικατάσταση προκύπτει ότι $K_{\max} = 2,2 \text{ J}$ περίπου.



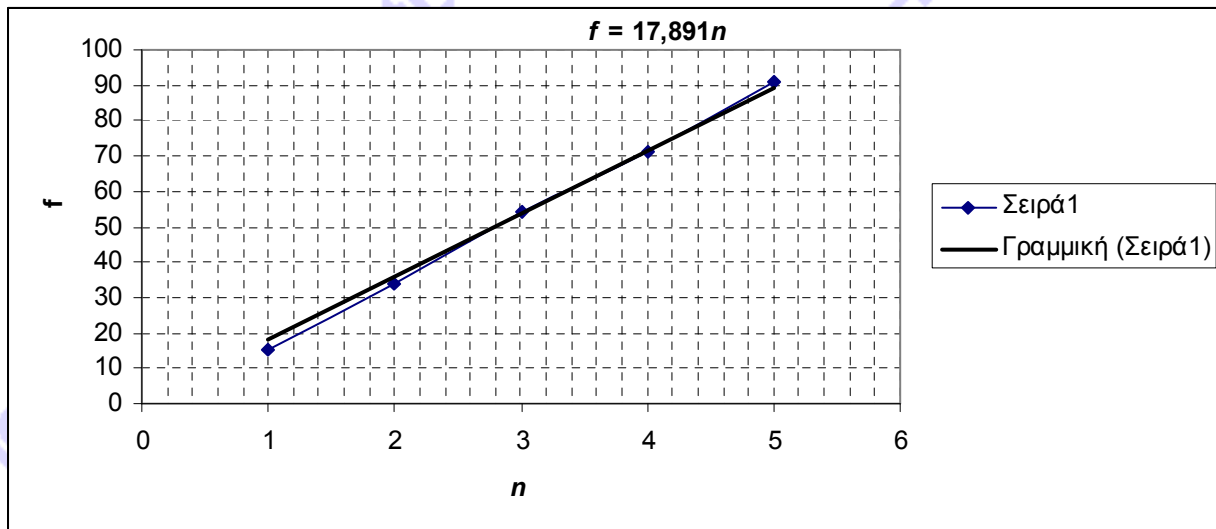
Πειραματικό Μέρος

Α.

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (1) \quad \text{και} \quad v = \lambda f \quad \text{οπότε} \quad \lambda = \frac{v}{f} \quad (2) \quad \text{Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι:}$$

$$f = \frac{n \cdot v}{2 \cdot L} \quad (3) \quad \text{Η σχέση αυτή μας δείχνει ότι η σχέση } f-n \text{ είναι γραμμική.}$$

Από τα πειραματικά δεδομένα του πίνακα κάνουμε το παρακάτω γράφημα $f-n$ χαράσσοντας τη βέλτιστη ευθεία.



Η κλίση είναι περίπου 17,9 Hz

Όπως φαίνεται από τη σχέση (3) η κλίση της ευθείας θα είναι ίση με $\frac{v}{2L}$

Συνεπώς: $\frac{v}{2L} = 17,9 \text{ Hz}$ και επειδή $L = 79 \text{ cm}$ προκύπτει ότι $v = 28,3 \text{ m/s}$.

Β.

$$\alpha) \quad h = \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{από την οποία} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{a}} \quad (1)$$

$$\beta) \quad mg - T = ma \quad (2) \quad Tr = I \alpha_{\gamma} \quad (3) \quad a = \alpha_{\gamma} r \quad (4)$$

$$\text{από την (3) και την (4) προκύπτει:} \quad T = \frac{Ia}{r^2} \quad (5)$$

$$\text{Η (2) με τη βοήθεια της (5) δίνει:} \quad mg = \frac{Ia}{r^2} + ma \quad \text{οπότε} \quad a = \frac{mg}{\frac{I}{r^2} + m} \quad (6)$$

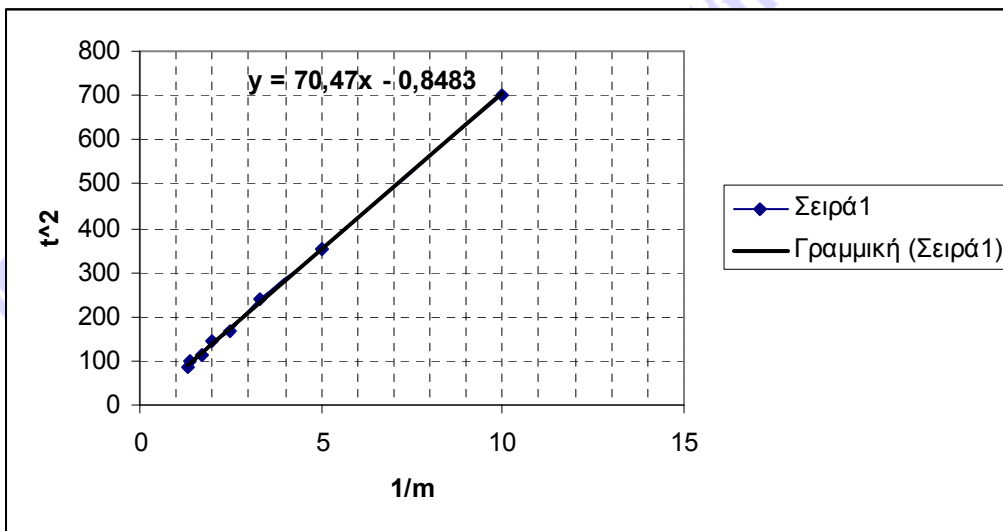
$$\gamma) \quad \text{Από την (1) και την (6) έχουμε:} \quad \frac{2h}{t^2} = \frac{mg}{\frac{I}{r^2} + m} \quad \text{από την οποία έχουμε:}$$

$$t^2 = \frac{2hl}{mgr^2} + \frac{2h}{g} \quad (7)$$

δ) Όπως φαίνεται από τη σχέση (7) το κατάλληλο γράφημα από το οποίο θα μπορούσαμε να βρούμε τη ροπή αδράνειας του δίσκου είναι το γράφημα του t^2 σε σχέση με το $\frac{1}{m}$. Το γράφημα αυτό είναι μια ευθεία της οποίας η κλίση είναι $\frac{2hl}{gr^2}$ και συναντά τον άξονα t^2 στο σημείο $\frac{2h}{g}$

$1/m$ (kg^{-1})	10	5,0	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,3
t^2 (s^2)	702	353	240	169	146	112	100	88

Το γράφημα είναι το παρακάτω



ε) Η κλίση είναι περίπου $70 \text{ s}^2 \cdot \text{kg}$ και όπως είπαμε είναι $\frac{2hl}{gr^2}$ οπότε προκύπτει ότι:

$$I = 70 \frac{gr^2}{2h} = \frac{70 \text{ s}^2 \cdot \text{kg} \cdot 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0,075^2 \text{ m}^2}{2 \cdot 1,6 \text{ m}} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$