# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

# ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

## ΘΕΜΑ Α

### Α1.

Σωστή απάντηση είναι η **α.**

Έστω $\Delta x_1 = x_1 - 0 = x_1$ η μετατόπιση της πρώτης κίνησης και $\Delta t_1 = t_1 - 0 = t_1$ είναι η χρονική της διάρκεια. Ομοίως για τις άλλες δύο κινήσεις: $\Delta x_2 = x_2 - x_1$, $\Delta t_2 = t_2 - t_1$, $\Delta x_3 = x_3 - x_2$, $\Delta t_3 = t_3 - t_2$.

• Για την πρώτη χρονικά ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ισχύει: $\Delta x_1 = \upsilon \cdot \Delta t_1$.

• Για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (δεύτερη κίνηση), μπορούμε να λάβουμε υπόψιν ότι η μέση ταχύτητά της ισούται με το ημιάθροισμα της αρχικής και τελικής ταχύτητας. Το τελευταίο αποδεικνύεται εύκολα με τη γραφική παράσταση αλγεβρικής τιμής ταχύτητας-χρόνου, αν λάβουμε υπόψιν ότι το εμβαδόν της ισούται με τη μετατόπιση του σώματος. Επομένως ισχύει:

$$\Delta x_2 = \frac{\upsilon + 2\cdot\upsilon}{2}\cdot\Delta t_2 \Leftrightarrow \Delta x_2 = 1{,}5\cdot\upsilon\cdot\Delta t_2$$

• Για την τρίτη κίνηση (Ε.Ο.Κ.) ισχύει: $\Delta x_3 = 2\cdot\upsilon\cdot\Delta t_3$

Από τον τύπο της μέσης ταχύτητας για όλη την κίνηση προκύπτει:

$$\upsilon_\mu = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \Leftrightarrow \frac{4\cdot\upsilon}{3} = \frac{\upsilon\cdot\Delta t_1 + 1{,}5\cdot\upsilon\cdot\Delta t_2 + 2\cdot\upsilon\cdot\Delta t_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \Leftrightarrow$$

$$\frac{4}{3} = \frac{\Delta t_1 + 1{,}5\cdot\Delta t_2 + 2\cdot\Delta t_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \Leftrightarrow 4\cdot(\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3) = 3\cdot(\Delta t_1 + 1{,}5\cdot\Delta t_2 + 2\cdot\Delta t_3) \Leftrightarrow$$

$$4\cdot\Delta t_1 + 4\cdot\Delta t_2 + 4\cdot\Delta t_3 = 3\cdot\Delta t_1 + 4{,}5\cdot\Delta t_2 + 6\cdot\Delta t_3 \Leftrightarrow \Delta t_1 = 0{,}5\cdot\Delta t_2 + 2\cdot\Delta t_3 \Leftrightarrow$$

$$2\cdot\Delta t_1 = \Delta t_2 + 4\cdot\Delta t_3 \Leftrightarrow 2\cdot t_1 = t_2 - t_1 + 4\cdot(t_3 - t_2) \Leftrightarrow 3\cdot t_1 = t_2 + 4\cdot t_3 - 4\cdot t_2 \Leftrightarrow$$

$$3\cdot t_1 = 4\cdot t_3 - 3\cdot t_2$$

### Α2.

**i.** Σωστή απάντηση είναι η **γ.**

**ii.** Για ολόκληρη την κίνηση ισχύει: $h = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2 \Leftrightarrow t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}$

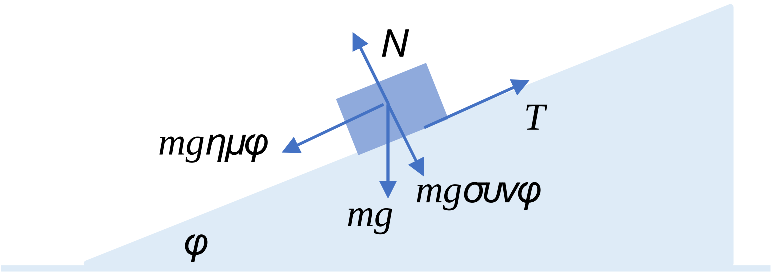
Επίσης ισχύει:

$$x = h - (h - x) \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2 - \frac{1}{2}\cdot g\cdot(t_{o\lambda} - 1)^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2 - \frac{1}{2}\cdot g\cdot(t_{o\lambda}^2 - 2\cdot t_{o\lambda} + 1)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2 - \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2 + g\cdot t_{o\lambda} - \frac{1}{2}\cdot g \Leftrightarrow x = g\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}} - \frac{1}{2}\cdot g \Leftrightarrow x = \sqrt{2\cdot g\cdot h} - \frac{g}{2}$$

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** Για την κίνηση ενός σώματος στο κεκλιμένο επίπεδο, έχουμε:




$\Sigma F_y = 0$, άρα $N = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (1)

$\Sigma Fx = m\alpha$, άρα $mg\eta\mu\varphi - T = m\alpha \Rightarrow$

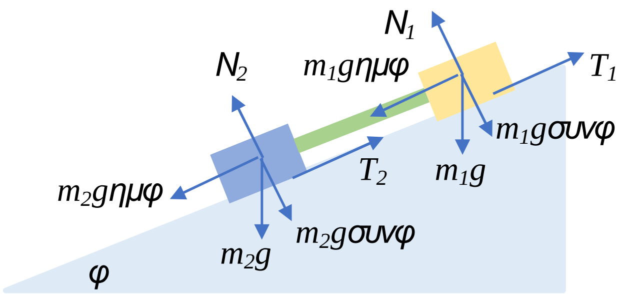
$mg\eta\mu\varphi - \mu N = m\alpha$ και από την (1): $mg\eta\mu\varphi - \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m\alpha \Rightarrow$

$\alpha = g(\eta\mu\varphi - \mu\sigma\upsilon\nu\varphi)$ (2)

Επομένως $\alpha_1 = g(\eta\mu\varphi - \mu_1\sigma\upsilon\nu\varphi)$ και $\alpha_2 = g(\eta\mu\varphi - \mu_2\sigma\upsilon\nu\varphi)$

Με αντικατάσταση προκύπτει $\alpha_1 = 4 m/s^2$ και $\alpha_2 = 2 m/s^2$

**Β2.** Για την κίνηση του συστήματος των σωμάτων στο κεκλιμένο επίπεδο,




έχουμε:

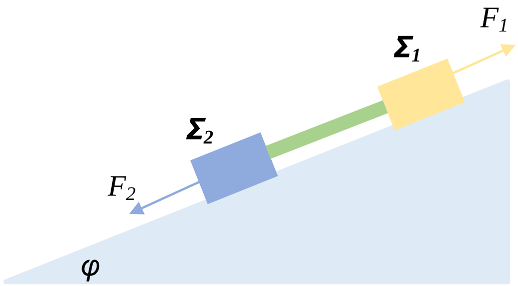
$\Sigma F_{1y} = 0$, άρα $N_1 = m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi$ και $\Sigma F_{2y} = 0$, άρα $N_2 = m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi$ (3)

$\Sigma Fx = (m_1 + m_2)\alpha$, άρα $m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi - T_1 - T_2 = (m_1 + m_2)\alpha \Rightarrow$

$m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi - \mu_1 m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi - \mu_2 m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi = (m_1 + m_2)\alpha \Rightarrow$

$\alpha = 2{,}4\ m/s^2$

**Β3.** Επειδή $α_1 > α$ και $α_2 < α$, η ράβδος «σπρώχνει» το $Σ_1$ προς τα πάνω και το $Σ_2$ προς τα κάτω ασκώντας σ΄ αυτά δυνάμεις που έχουν ίσα μέτρα, διότι η ράβδος είναι αβαρής.




**Β4.** Για το σώμα $Σ_1$ έχουμε:

$ΣFx = m_1α$, άρα $m_1gημφ – T_1 – F_1 = m_1α \Rightarrow$

$m_1gημφ – μ_1N_1 - F_1 = m_1α \Rightarrow m_1gημφ – μ_1m_1gσυνφ - F_1 = m_1α$

και $F_1 = 1,6N$

Άρα $F_1 = F_2 = 1,6N$

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Η μέγιστη απόσταση είναι τη χρονική στιγμή t στην οποία εξισώνονται οι ταχύτητες που έχουν ο αλεξιπτωτιστής και το πετραδάκι:
$υ_{Α} = υ_{Π} \Leftrightarrow 5 = g \cdot (t-2) \Leftrightarrow t = 2,5\ \text{s}$.
Ο αλεξιπτωτιστής τη χρονική στιγμή t απέχει από την κορυφή του βράχου απόσταση:
$y_{Α} = υ_{Α} \cdot t \Leftrightarrow y_{Α} = 5 \cdot 2,5 \Leftrightarrow y_{Α} = 12,5\ \text{m}$
Το πετραδάκι τη χρονική στιγμή t απέχει από την κορυφή του βράχου απόσταση:
$y_{Π} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-2)^2 \Leftrightarrow y_{Π} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,5^2 \Leftrightarrow y_{Π} = 1,25\ \text{m}$.

Άρα η μέγιστη κατακόρυφη απόσταση $Δy_{\max}$ ανάμεσα στον αλεξιπτωτιστή και το πετραδάκι, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_2$, ισούται με:
$Δy_{\max} = y_A - y_{Π} \Leftrightarrow Δy_{\max} = 12,5 - 1,25 \Leftrightarrow Δy_{\max} = 11,25\ \text{m}$.

**Γ2.** $\frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-2)^2 = υ_{Α} \cdot t \Leftrightarrow 5 \cdot (t-2)^2 = 5 \cdot t \Leftrightarrow (t-2)^2 = t \Leftrightarrow t^2 - 5 \cdot t + 4 = 0$

$\Delta = 25 - 4 \cdot 4 = 9$ και $t = \dfrac{5 \pm 3}{2} \Leftrightarrow t = 4$ s ή t=1 s (απορρίπτεται) .

Άρα $t_2 = 4$ s.

**Γ3.** Τη χρονική στιγμή $t_2 = 4$ s το πετραδάκι έχει ταχύτητα

$\upsilon_2 = g \cdot (t_2 - 2) = 10 \cdot 2 = 20$ m/s

ενώ τη χρονική στιγμή $t_4 = 6$ s το πετραδάκι έχει ταχύτητα $\upsilon_{\text{A}} = 5$ m/s. Στο χρονικό διάστημα αυτό διένυσε διάστημα $10$ m, ενώ του ασκήθηκε το βάρος του $\vec{\text{B}}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το χέρι του αλεξιπτωτιστή. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση που έκανε το πετραδάκι:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\text{A}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 = W_{\text{B}} + W_F \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 20^2 = 0{,}1 \cdot 10 \cdot 10 + W_F \Leftrightarrow 1{,}25 - 20 = 10 + W_F \Leftrightarrow W_F = -28{,}75 \text{ J}.$$

**Γ4.** Τη χρονική στιγμή $t_3 = 5$ s το πετραδάκι και το drone απέχουν $35$ m. Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_4 = 6$ s το πετραδάκι διανύει $5$ m, αφού το κρατάει ο αλεξιπτωτιστής και στη συνέχεια κάνει κατακόρυφη βολή προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα $\upsilon_{\text{A}} = 5$ m/s. Άρα:

$$5 + 5 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \Delta t^2 = 35 \Leftrightarrow 5 \cdot \Delta t + 5 \cdot \Delta t^2 + 5 \cdot \Delta t^2 = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Delta t + \Delta t^2 + \Delta t^2 = 6 \Leftrightarrow 2 \cdot \Delta t^2 + \Delta t - 6 = 0$$

Διακρίνουσα: $\Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma \Leftrightarrow \Delta = 1 + 48 \Leftrightarrow \Delta = 49 = 7^2$

Ρίζες: $\Delta t = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot \alpha} = \dfrac{-1 \pm 7}{4} = 1{,}5\ s$ ή -2 s (απορρίπτεται)

Άρα: $t_5 = 5 + 1{,}5 \Leftrightarrow t_5 = 6{,}5$ s.

## ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Αρχικά παρατηρούμε ότι όσο το αμαξίδιο προχωράει, τόσο οι αποστάσεις μεταξύ των κουκίδων αυξάνονται. Άρα σε ίσους χρόνους το αμαξίδιο διανύει ολοένα και μεγαλύτερες αποστάσεις, άρα η κίνησή του είναι επιταχυνόμενη. Για να δείξουμε ότι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη, δηλαδή ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή, πρέπει να δείξουμε ότι σε όταν το χρονικό διάστημα διπλασιάζεται, η απόσταση τετραπλασιάζεται. Αυτό προκύπτει από το νόμο μετατόπισης της ΕΟΜΚ χωρίς αρχική ταχύτητα $\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ όπου φαίνεται ότι η απόσταση είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρονικού διαστήματος της κίνησης.

Αν λοιπόν μετρήσουμε την απόσταση από την 1η κουκίδα έως την 21η κουκίδα (χρονικό διάστημα 20•0,02=0,4 s), θα βρούμε ότι είναι τετραπλάσια της απόστασης από την 1η έως την 11η κουκίδα (χρονικό διάστημα 10•0,02=0,2 s).

**Δ2.** Το πλάτος της χαρτοταινίας είναι σταθερό. Άρα κάθε κομμάτι αντιστοιχεί σε ίσα χρονικά διαστήματα 10•0,02=0,2 s.Επομένως ο οριζόντιος άξονας παριστάνει το μέγεθος του χρόνου.

Ο κατακόρυφος άξονας αποτυπώνει τις αποστάσεις που διανύει σε ίσα χρονικά διαστήματα το αμαξίδιο, άρα την ταχύτητά του. Επομένως είναι διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου που όπως ξέρουμε είναι ευθεία γραμμή με κλίση διάφορη του μηδενός.

**Δ3.** Ο οριζόντιος άξονας συνεχίζει να παριστάνει το μέγεθος του χρόνου, όπως αιτιολογήσαμε στο προηγούμενο ερώτημα.

Ο κατακόρυφος άξονας αποτυπώνει τη συνολική απόσταση που διένυσε το αμαξίδιο, μιας και προστίθενται οι αποστάσεις που διένυσε. Άρα είναι διάγραμμα διαστήματος-χρόνου (ή μετατόπισης-χρόνου).

**Δ4.** Εύκολα συμπληρώνουμε τον αριθμό των κουκίδων, αφού 10 κουκίδες αντιστοιχούν σε χρονικό διάστημα 0,2 s. Άρα τη χρονική στιγμή t=0,2 s υπάρχουν 11 κουκίδες, την t=0,4 s υπάρχουν21 κουκίδες, την t=0,6 s υπάρχουν 31 κουκίδες, την t=0,8 s υπάρχουν 41 κουκίδες και την t=1 s υπάρχουν 51 κουκίδες.

Από τη χρονική στιγμή t=0,2 s, στην οποία το διάστημα είναι s=4 cm=0,04 m μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της επιτάχυνσης α, που είναι σταθερό:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Leftrightarrow 0,04 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 0,2^2 \Leftrightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

Το μέτρο της ταχύτητας είναι $\upsilon = a \cdot t \Leftrightarrow \upsilon = 2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ m/s}$.

Για τη χρονική στιγμή t=0,4 s έχουμε:

$\upsilon = a \cdot t \Leftrightarrow \upsilon = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ m/s}$ και

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,4^2 \Leftrightarrow s = 0,16 \text{ m=16 cm}.$$

Για τη χρονική στιγμή t=0,6 s έχουμε:

$\upsilon = a \cdot t \Leftrightarrow \upsilon = 2 \cdot 0,6 = 1,2 \text{ m/s}$ και

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,6^2 \Leftrightarrow s = 0,36 \text{ m=36 cm}.$$

Για τη χρονική στιγμή t=0,8 s έχουμε:

$\upsilon = a \cdot t \Leftrightarrow \upsilon = 2 \cdot 0,8 = 1,6 \text{ m/s}$ και

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,8^2 \Leftrightarrow s = 0,64 \text{ m=64 cm}.$$

Για τη χρονική στιγμή t=1 s έχουμε:

$\upsilon = a \cdot t \Leftrightarrow \upsilon = 2 \cdot 1 = 2$ m/s και $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 \Leftrightarrow s = 1$ m=100 cm.

Έτσι, συμπληρώνουμε τις τιμές του πίνακα:

| ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΙΓΜΗ t(s) | ΣΥΝΟΛΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΟΥΚΙΔΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΡΧΗ | ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ α ($m/s^2$) | ΤΑΧΥΤΗΤΑ υ (m/s) | ΔΙΑΣΤΗΜΑ s (cm) |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 0,2 | 11 | 2 | 0,4 | 4 |
| 0,4 | 21 | 2 | 0,8 | 16 |
| 0,6 | 31 | 2 | 1,2 | 36 |
| 0,8 | 41 | 2 | 1,6 | 64 |
| 1 | 51 | 2 | 2 | 100 |

**Δ5.** Η 13η κουκίδα αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή $t = 0,24$ s, οπότε η πραγματική απόσταση που διένυσε το αμαξίδιο ισούται με

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,24^2 = 0,0576 \text{ m=5,76 cm}$$

Άρα η ζητούμενη ποσοστιαία απόκλιση ισούται με:

$$\left| \frac{6\text{-}5,76}{5,76} \right| \cdot 100\% = \frac{0,24}{5,76} \cdot 100\% = 4,2\%$$