ΕΝΩΣΗ ΕΛΛΗΝΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

31ος Πανελλήνιος Διαγωνισμός
Φυσικής Β΄ Λυκείου – β' φάση

2021

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. i. Σωστή απάντηση είναι η **γ.**

ii. Για να πέσει το σώμα στο ν-οστό σκαλοπάτι πρέπει να ισχύουν:

$$\upsilon_0 \cdot t_1 \le \nu \cdot d \quad (1) \quad \text{και} \quad \nu \cdot h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \nu \cdot h}{g}} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$\upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \nu \cdot h}{g}} \le \nu \cdot d \Leftrightarrow \upsilon_0^2 \cdot \frac{2 \cdot \nu \cdot h}{g} \le \nu^2 \cdot d^2 \Leftrightarrow \nu \ge \frac{2 \cdot h \cdot \upsilon_0^2}{g \cdot d^2} \quad (3)$$

Το σώμα πρέπει να περάσει το προηγούμενο $(\nu - 1)$ σκαλοπάτι. Άρα ισχύουν:

$$\upsilon_0 \cdot t_2 > (\nu - 1) \cdot d \quad (4) \quad \text{και} \quad (\nu - 1) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \Leftrightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (\nu - 1) \cdot h}{g}} \quad (5)$$

Από τις (4) και (5) προκύπτει:

$$\upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (\nu - 1) \cdot h}{g}} > (\nu - 1) \cdot d \Leftrightarrow \upsilon_0^2 \cdot \frac{2 \cdot (\nu - 1) \cdot h}{g} > (\nu - 1)^2 \cdot d^2 \Leftrightarrow$$

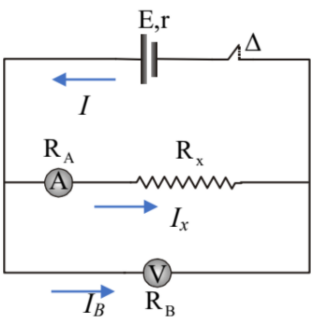
$$\upsilon_0^2 \cdot \frac{2 \cdot h}{g} > (\nu - 1) \cdot d^2 \Leftrightarrow \nu - 1 < \frac{\upsilon_0^2 \cdot 2 \cdot h}{g \cdot d^2} \Leftrightarrow \nu < 1 + \frac{\upsilon_0^2 \cdot 2 \cdot h}{g \cdot d^2} \quad (6)$$

Από τις (3) και (6) προκύπτει:

$$\frac{2 \cdot h \cdot \upsilon_0^2}{g \cdot d^2} \le \nu < 1 + \frac{\upsilon_0^2 \cdot 2 \cdot h}{g \cdot d^2} \Leftrightarrow \lambda \le \nu < 1 + \lambda$$

A2.1. i. Σωστή απάντηση είναι η **γ.**

ii. Είναι $I^2 r = P_B$ και



$EI - I^2 r - P_x - P_B = 0 \Rightarrow$

$EI - I^2 r - P_x - I^2 r = 0 \Rightarrow$

$2rI^2 - EI + P_x = 0.$

Πρέπει $\Delta \ge 0 \Rightarrow E^2 - 8r\,P_x \ge 0 \Rightarrow$

$P_{xmax} = 24{,}5W$

A2.2. i. Σωστή απάντηση είναι η **α.**

ii. Όταν $P_x = \max$, από τη δευτεροβάθμια συνάρτηση προκύπτει

$$I = \frac{-\beta}{2\cdot\alpha} \Leftrightarrow I = \frac{E}{4\cdot r} \Leftrightarrow I = \frac{14}{4\cdot 1} \Leftrightarrow I = 3{,}5\ \text{A}.$$

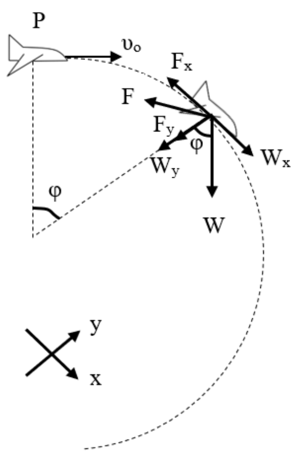
Άρα: $I = \dfrac{E}{4\cdot r} \Leftrightarrow I = \dfrac{E}{r + \dfrac{R_x\cdot R_B}{R_x + R_B}} \Leftrightarrow 3{,}5 = \dfrac{14}{1 + \dfrac{R_x\cdot R_B}{R_x + R_B}} \Leftrightarrow 1 + \dfrac{R_x\cdot R_B}{R_x + R_B} = \dfrac{14}{3{,}5} \Leftrightarrow$

$$\frac{3{,}1\cdot R_B}{3{,}1 + R_B} = 3 \Leftrightarrow 3{,}1\cdot R_B = 3\cdot(3{,}1 + R_B) \Leftrightarrow 0{,}1\cdot R_B = 9{,}3 \Leftrightarrow R_B = 93\ \Omega.$$

ΘΕΜΑ Β

B1. i. Σωστή είναι η απάντηση **β.**

ii. Έστω ότι τη χρονική στιγμή t το αεροπλάνο βρίσκεται στη τυχαία θέση Σ της κατακόρυφης ημικυκλικής τροχιάς του ακτίνας R. Για να εκτελέσει το αεροπλάνο ομαλή κυκλική κίνηση υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{W}$ και της ζητούμενης δύναμης $\vec{F}$, θα πρέπει να ισχύουν οι σχέσεις:



$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_x = W_x \Leftrightarrow F_x = m\cdot g\cdot \eta\mu\varphi \quad (1) \quad \text{και}$$

$$\Sigma F_y = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho o\mu o\lambda o\varsigma} \Leftrightarrow F_y + W_y = \frac{m\cdot \upsilon_0^2}{R} \Leftrightarrow$$

$$F_y = \frac{m\cdot g\cdot R}{R} - W_y \Leftrightarrow$$

$$F_y = m\cdot g - m\cdot g\cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow F_y = m\cdot g\cdot(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \quad (2)$$

Επιπλέον ισχύει: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Leftrightarrow F = \sqrt{(m\cdot g\cdot\eta\mu\varphi)^2 + m^2\cdot g^2\cdot(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)^2}$

$$\Leftrightarrow F = m\cdot g\cdot\sqrt{\eta\mu^2\varphi + (1-\sigma\upsilon\nu\varphi)^2} \Leftrightarrow F = m\cdot g\cdot\sqrt{\eta\mu^2\varphi + 1 - 2\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi + \sigma\upsilon\nu^2\varphi}$$

$$\Leftrightarrow F = m\cdot g\cdot\sqrt{2 - 2\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi} \Leftrightarrow F = m\cdot g\cdot\sqrt{2\cdot(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)}$$

Άρα προκύπτει:

$$F = m\cdot g\cdot\sqrt{2\cdot 2\cdot\eta\mu^2\frac{\varphi}{2}} \Leftrightarrow F = 2\cdot m\cdot g\cdot\eta\mu\frac{\varphi}{2} \quad (3)$$

Η γωνία φ είναι αυτή που διέγραψε η επιβατική ακτίνα του αεροπλάνου σε χρόνο t.

Ισχύει: $\varphi = \omega\cdot t \Leftrightarrow \varphi = \dfrac{\upsilon_0}{R}\cdot t$. Άρα η σχέση (3) γράφεται:

$$F = 2 \cdot m \cdot g \cdot \eta\mu(\frac{\upsilon_0}{2 \cdot R} \cdot t) \Leftrightarrow F = 2 \cdot m \cdot g \cdot \eta\mu(\sqrt{\frac{g}{R}} \cdot \frac{t}{2}).$$

B2. i. Σωστή απάντηση είναι η **γ**.

ii. Στη θέση Α που έχει μέτρο ταχύτητας υ_1 θα ισχύει:

$$\Sigma F_y = F_k \Rightarrow W - N_1 = \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R} \Rightarrow N_1 = m \cdot g - \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R}$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από τη θέση Α στη θέση Β:

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_W = K_B - K_A \Rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot 2R = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot \upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$4 \cdot g \cdot R = \upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 4 \cdot g \cdot R \quad (1)$$

Στη θέση Β ισχύει: $\Sigma F_y = F_k \Rightarrow N_2 - W = \frac{m \cdot \upsilon_2^2}{R} \Rightarrow N_2 = \frac{m \cdot \upsilon_2^2}{R} + m \cdot g \quad (2)$

Αντικαθιστούμε τη σχέση (1) στην (2):

$$N_2 = \frac{m \cdot \upsilon_2^2}{R} + m \cdot g = \frac{m}{R} \cdot \left(\upsilon_1^2 + 4 \cdot g \cdot R\right) + m \cdot g = \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R} + 4 \cdot m \cdot g + m \cdot g = \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R} + 5 \cdot m \cdot g$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από τη θέση Α στη θέση Γ:

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_W = K_\Gamma - K_A \Rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot R = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot \upsilon_3^2 - \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot \upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$2 \cdot g \cdot R = \upsilon_3^2 - \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_3^2 = \upsilon_1^2 + 2 \cdot g \cdot R \quad (3)$$

Στη θέση Γ ισχύει: $\Sigma F_x = F_k \Rightarrow N_3 = \frac{m \cdot \upsilon_3^2}{R} \quad (4)$

Αντικαθιστούμε τη σχέση (3) στην (4):

$$N_3 = \frac{m \cdot \upsilon_3^2}{R} = \frac{m}{R} \cdot \left(\upsilon_1^2 + 2 \cdot g \cdot R\right) = \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R} + 2 \cdot m \cdot g$$

Προκύπτει:

$$N_1 + N_2 + N_3 = m \cdot g - \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R} + \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R} + 5 \cdot m \cdot g + \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R} + 2 \cdot m \cdot g = \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{R} + 8 \cdot m \cdot g$$

Άρα $N_1 + N_2 + N_3 = \frac{2 \cdot K_1}{R} + 8 \cdot m \cdot g$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η αρχική ενέργεια του σωματιδίου είναι:

$$K_0 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-16} \cdot 10^{12} = 10^{-4} \text{ J.}$$

Η τελική κινητική ενέργεια είναι $K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 = 4 \cdot 10^{-4}$ J.

Άρα πρέπει να κερδίσει ενέργεια: $4 \cdot 10^{-4} - 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-4}$ J.

Σε μία περιστροφή κερδίζει ενέργεια: $\frac{5}{8} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} = 10^{-13}$ J.

Επομένως, ο αριυμός περιστροφών ισούται με:

$$N_1 = \frac{3\cdot 10^{-4}}{10^{-13}} \Leftrightarrow N_1 = 3\cdot 10^{9} \text{ περιστροφές.}$$

Γ2. $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot \upsilon_1^2 = 4\cdot 10^{-4} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-16}\cdot \upsilon_1^2 = 4\cdot 10^{-4} \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = 4\cdot 10^{12} \Leftrightarrow \upsilon_1 = 2\cdot 10^{6}\ \text{m/s}$.

Η μέση ταχύτητα ισούται με: $\upsilon = \frac{\upsilon_0+\upsilon_1}{2} = \frac{10^6+2\cdot 10^6}{2} = 1{,}5\cdot 10^6\ \text{m/s}$.

Η περίοδος περιστροφής ισούται με: $T = \frac{2\cdot\pi\cdot R_1}{\upsilon} = \frac{2\cdot\pi\cdot 100}{1{,}5\cdot 10^6} = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 10^{-4}\ \text{s}$.

Επομένως: $t_1 = N\cdot T = 3\cdot 10^9\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 10^{-4} = 4\cdot\pi\cdot 10^5\ \text{s}$.

Γ3. Σωστή απάντηση είναι η **β.**

Αν κ,λ φυσικοί αριθμοί, πρέπει να ισχύει:

$$\kappa\cdot T_1 + \frac{T_1}{2} = \lambda\cdot T_2 + \frac{T_2}{2} \Leftrightarrow \frac{(2\cdot\kappa+1)\cdot T_1}{2} = \frac{(2\cdot\lambda+1)\cdot T_2}{2} \Leftrightarrow (2\cdot\kappa+1)\cdot T_1 = (2\cdot\lambda+1)\cdot T_2 \Leftrightarrow$$

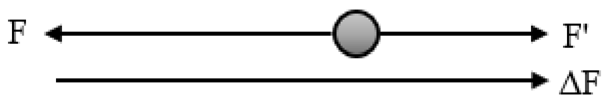
$$(2\cdot\kappa+1)\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot R_1}{\upsilon_1} = (2\cdot\lambda+1)\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot R_2}{\upsilon_2} \Leftrightarrow (2\cdot\kappa+1)\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot R_1}{\upsilon_1} = (2\cdot\lambda+1)\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot 2\cdot R_1}{\upsilon_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{2\cdot\kappa+1}{2\cdot(2\cdot\lambda+1)}.$$

Το ανάγωγο κλάσμα πρέπει να έχει αριθμητή περιττό αριθμό και παρονομαστή άρτιο.

Άρα $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{3}{10}$.

Γ4. Σωστή απάντηση είναι η **α.**



Η κεντρομόλος δύναμη στον (E_1) έχει μέτρο: $F = \frac{m_1\cdot\upsilon^2}{R_1}$, ενώ στον (E_2) έχει μέτρο:

$F' = \frac{m_1\cdot\upsilon^2}{R_2} = \frac{m_1\cdot\upsilon^2}{2\cdot R_1} = \frac{F}{2}$. Τα δύο διανύσματα των δυνάμεων είναι αντίρροπα, άρα:

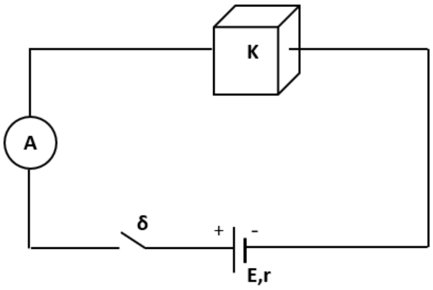
$$\Delta F = F - (-\frac{F}{2}) = F + \frac{F}{2} = \frac{3\cdot F}{2}.$$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

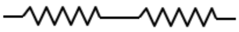
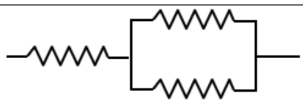
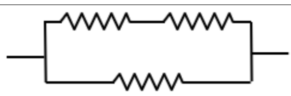
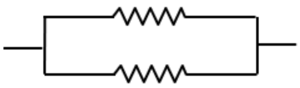
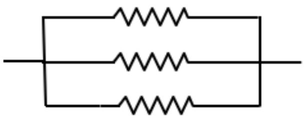
ΘΕΜΑ Δ

Δ1 Η ένδειξη είναι 12 V . Είναι ίσες διότι η πηγή δεν διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, εφόσον το βολτόμετρο είναι ιδανικό.

Δ2.



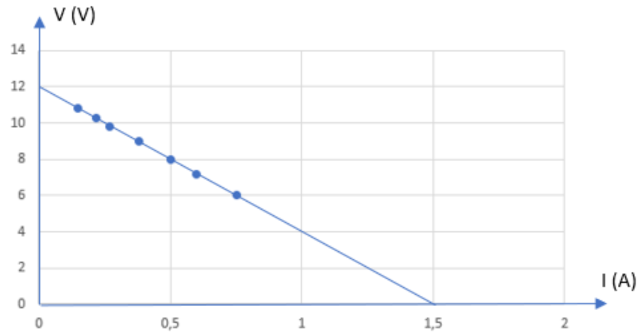
Δ3.

1		$R_{ολ}=3\cdot R=72\ \Omega$
2		$R_{ολ}=2\cdot R=48\ \Omega$
3		$R_{ολ}=1,5\cdot R=36\ \Omega$
4		$R_{ολ}=R=24\ \Omega$
5		$R_{ολ}=\frac{2\cdot R}{3}=16\ \Omega$
6		$R_{ολ}=\frac{R}{2}=12\ \Omega$
7		$R_{ολ}=\frac{R}{3}=8\ \Omega$

Δ4.

V (V)	**10,8**	**10,3**	**9,8**	**9,0**	**8,0**	**7,2**	**6,0**
I (A)	**0,15**	**0,22**	**0,27**	**0,38**	**0,50**	**0,60**	**0,75**
Rολ (Ω) Πειραμ.	**72**	**46,82**	**36,30**	**23,68**	**16**	**12**	**8**
α/α Συνδ.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Rολ (Ω) Θεωρ.	**72**	**48**	**36**	**24**	**16**	**12**	**8**

Δ5.



Δ6.

Είναι η εξίσωση της πολικής τάσης $V = E - I \cdot r$. Από τη θεωρία ξέρουμε ότι η ευθεία τέμνει τον έξονα της τάσης στην τιμή της ΗΕΔ $E = 12\ \text{V}$ και τον άξονα της έντασης στην τιμή του ρεύματος βραχυκυκλώσεως $I_B = \dfrac{E}{r}$, το οποίο από τη γραφική παρ΄σταση βλέπουμε ότι ισούται περίπου με 1,5 A. Αν το κουτί περιείχε μόνο ένα σύρμα με μηδενική αντίσταση, θα διαρρεόταν από το ρεύμα βραχυκυκλώσεως.

Δ7.

$$I_B = \frac{E}{r} \Leftrightarrow 1{,}5 = \frac{12}{r} \Leftrightarrow r = \frac{12}{1{,}5} \Leftrightarrow r = 8\ \Omega .$$

Αν η πηγή δεν είχε εσωτερική αντίσταση, η πολική τάση θα ισούταν με $V = E = 12\ \text{V}$ και η γραφική παράσταση θα ήταν ευθεία κάθετη στον άξονα της τάσης στην τιμή $12\ \text{V}$.