



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

ΘΕΜΑ Α

A1.1. Από τον νόμο του Bernoulli για την διαδρομή του νερού από τον σωλήνα του δικτύου μέχρι την βρύση του 2^{ου} ορόφου έχουμε:

$$P = P_{atm} + \rho g(Nd + h) + \frac{1}{2} \rho v^2 \Leftrightarrow$$

$$P - P_{atm} - \rho g(Nd + h) > 0 \Leftrightarrow$$

$$N < \frac{P - P_{atm}}{\rho g d} - \frac{h}{d} \Leftrightarrow N < 8,05 \Leftrightarrow N = 8$$

σωστό το γ

A1.2. Για να τρέχει νερό από την βρύση του N^{ου} ορόφου πρέπει $\frac{K}{DV} > 0$

$$P = P_{atm} + \rho g(Nd + h) + \frac{1}{2} \rho v^2 \Leftrightarrow$$

$$P - P_{atm} + \rho g(Nd + h) > 0 \Leftrightarrow$$

$$N < \frac{P - P_{atm}}{\rho g d} - \frac{h}{d} \Leftrightarrow N < 8,05 \Leftrightarrow N = 8$$

σωστό το β

A2.1. Η κίνηση του ΚΛ προκαλεί μεταβολή της μαγνητικής ροής που αντιστοιχεί στην επιφάνεια που «σαρώνει».

Αναπτύσσεται ΗΕΔ $E_{ep} = \frac{|DF|}{Dt} = \frac{B|Dx}{Dt} = Blv$. Το κύκλωμα είναι κλειστό, άρα θα

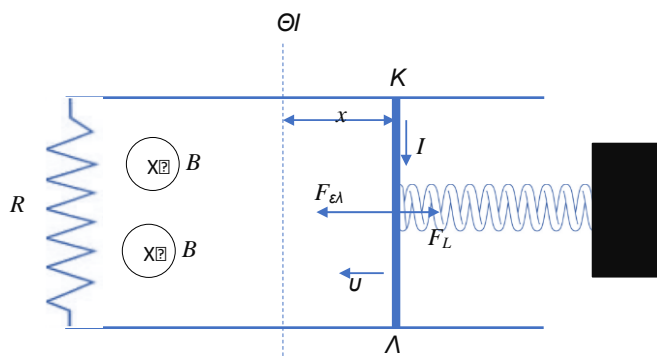
διαρρέεται από ρεύμα και στο αγωγό θα ασκείται δύναμη F_L διαρκώς αντίθετης με



φοράς από αυτή της κίνησης. (κανόνας του Lenz) μέτρο

$$F_L = BI l = B \frac{E_{\text{ερ}}}{R} l = \frac{B^2 l^2}{R} |v|$$

Δηλαδή στον αγωγό ασκείται, εκτός της δύναμης από το ελατήριο (δύναμη



επαναφοράς), και δύναμη που έχει πάντα αντίθετη φορά από αυτή της ταχύτητας και μέτρο ανάλογο του μέτρου της ταχύτητας. Άρα ο αγωγός θα εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση με εκθετικά μειούμενο πλάτος.

σωστό το γ

A2.2. Ο αγωγός θα ακινητοποιηθεί τελικά στη θέση ισορροπίας, όταν η ενέργεια της ταλάντωσης θα γίνει θερμότητα Joule. Τότε, η ολική μετατόπιση έχει μέτρο d και η μεταβολή της μαγνητικής ροής θα είναι, απολύτως, $\Delta\Phi = Bld$.

Το ηλεκτρικό φορτίο που θα μετατοπισθεί μέσω μιας διατομής του αγωγού θα είναι:

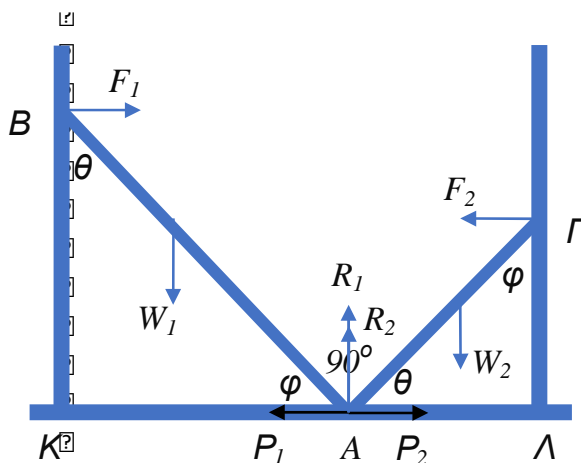
$$q = \frac{|\Delta\Phi|}{R} = \frac{Bld}{R}$$

σωστό το γ



ΘΕΜΑ Β

Β1.



$$P_1 = P_2, \text{ δράση – αντίδραση (1)}$$

Οι ράβδοι ισορροπούν Άρα:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_1 = P_1 \text{ (για την AB) (2)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2 = P_2 \text{ (για την AG) (3)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W_1 = R_1 \text{ (για την AB) (4)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W_2 = R_2 \text{ (για την AG) (5)}$$

$$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow F_1 l_1 \eta \mu \varphi - W_1 l_1 / 2 \sigma \nu \eta \varphi = 0 \text{ (για την AB) (6)}$$

$$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow F_2 l_2 \eta \mu \theta - W_2 l_2 / 2 \sigma \nu \eta \theta = 0 \text{ (για την AG) (7)}$$

$$\text{Από τις (1), (2), (3) προκύπτει πως } F_1 = F_2. \text{ (8)}$$

Επίσης είναι $\varphi + \theta = 90^\circ$, άρα $\eta \mu \varphi = \sigma \nu \eta \theta$ και $\sigma \nu \eta \varphi = \eta \mu \theta$

Οπότε οι (6) και (7) γίνονται:

$$2F_1 \eta \mu \varphi = W_1 \sigma \nu \eta \varphi \text{ (9) και } 2F_2 \sigma \nu \eta \varphi = W_2 \eta \mu \varphi \text{ (10)}$$



Από τις (9) και (10) σε συνδυασμό με την (8) προκύπτει: $ejj = \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$

Από το σχήμα προκύπτει: $KL = l_1 \sin\varphi + l_2 \sin\theta = l_1 \sin\varphi + l_2 \eta \mu\varphi$

Από τη τριγωνομετρία ξέρουμε: $\eta \mu j = \frac{ejj}{\sqrt{1+ej^2j}}$, $\sin j = \frac{1}{\sqrt{1+ej^2j}}$

Οπότε: $KL = l_1 \frac{1}{\sqrt{1+ej^2j}} + l_2 \frac{ejj}{\sqrt{1+ej^2j}} = \frac{l_1 \sqrt{m_2} + l_2 \sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1 + m_2}}$

σωστό το β

B2. Από την χημική εξίσωση προκύπτει πως η αναλογία mol CaO και H₂O είναι 1:1.

Άρα για την μετατροπή n mol CaO σε Ca(OH)₂, απαιτούνται επίσης n mol H₂O.

Από την σχέση $n = \frac{\Delta m}{M}$ προκύπτει ότι η μάζα του νερού που θα εξέλθει σε χρονικό

διάστημα Δt , είναι $\Delta m = nM$ (1)

Ο ρυθμός ροής μάζας νερού στον σωλήνα είναι:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} = \rho \Pi = \rho A v \Leftrightarrow$$

$$v = \frac{\Delta m}{\rho A \Delta t} \xrightarrow{(1)} v = \frac{nM}{\rho A \Delta t}$$

σωστό το γ



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. α. Η αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος είναι:

$$\frac{1}{R_{εξ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{εξ}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{R_{εξ}} = \frac{2}{10} \Rightarrow R_{εξ} = 5 \Omega$$

Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{ολ} = R_{εξ} + r = 5 + 1 = 6 \Omega$$

Το ολικό ρεύμα του κυκλώματος είναι:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{6}{6} = 1 \text{ A}$$

Η τάση στα άκρα της πηγής είναι:

$$V_{\pi} = E - I \cdot r = 6 - 1 \cdot 1 = 6 - 1 = 5 \text{ V}$$

Για τη ράβδο ισχύει:

$$V_2 = V_{\pi} \Rightarrow I_2 \cdot R_2 = 5 \Rightarrow I_2 \cdot 10 = 5 \Rightarrow I_2 = 0,5 \text{ A}$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται η ράβδος είναι:

$$F_L = B \cdot I_2 \cdot L = 2 \cdot 0,5 \cdot 1 = 1 \text{ N}$$

Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

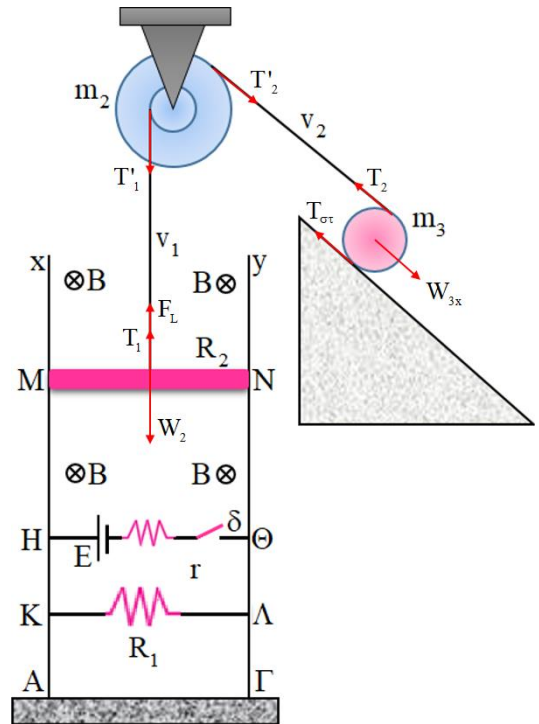
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_L + T_1 - W_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m_1 \cdot g - F_L \Rightarrow T_1 = 0,3 \cdot 10 - 1 \Rightarrow T_1 = 2 \text{ N}$$

Για την ισορροπία της τροχαλίας, ως προς το κέντρο της, ισχύει:

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_2 \cdot \rho_2 - T_1 \cdot \rho_1 = 0 \Rightarrow T_2 \cdot 0,4 = 2 \cdot 0,1 \Rightarrow T_2 = 0,5 \text{ N}$$

Για την ισορροπία του δίσκου, ως προς το κέντρο του, ισχύει:

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot \rho_3 - T_2 \cdot \rho_3 = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_2 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 0,5 \text{ N}$$





Επίσης ισχύει: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow W_{3x} - T_2 - T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow m_3 \cdot g \cdot \eta\mu\phi = T_2 + T_{\sigma\tau} \Rightarrow$

$$m_3 \cdot 10 \cdot 0,5 = 0,5 + 0,5 \Rightarrow 5 \cdot m_3 = 1 \Rightarrow m_3 = 0,2 \text{ kg}$$

β. Για τη ράβδο, όταν αποκτήσει οριακή ταχύτητα, θα ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_L - W = 0 \Rightarrow B \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot L = m_2 \cdot g \Rightarrow 2 \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot 1 = 0,3 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$2 \cdot I_{\varepsilon\pi} = 3 \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 1,5 \Rightarrow \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{\text{ολ}}} = 1,5 \Rightarrow \frac{B \cdot v_{\text{op}} \cdot L}{R_1 + R_2} = 1,5 \Rightarrow \frac{2 \cdot v_{\text{op}} \cdot 1}{10 + 10} = 1,5 \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cdot v_{\text{op}}}{20} = 1,5 \Rightarrow 2 \cdot v_{\text{op}} = 30 \Rightarrow v_{\text{op}} = 15 \text{ m/s}$$

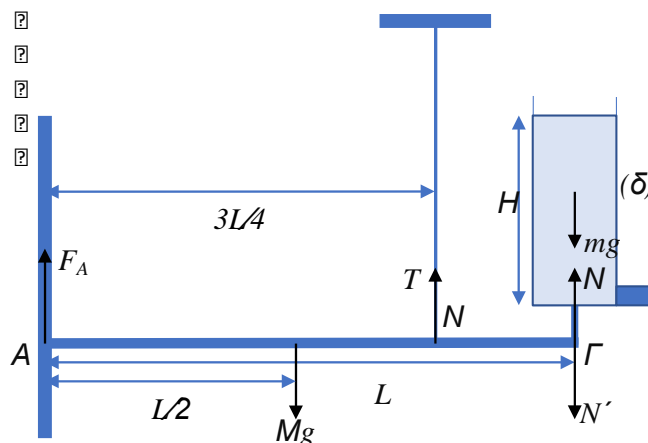
γ. Ισχύει: $\alpha_{\text{cm}} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \rho_3 \Rightarrow \frac{10}{3} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \frac{2}{10} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{100}{6} \text{ rad/s}^2$

$$\theta = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t_1^2 = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{6} \cdot t_1^2 = 3 \Rightarrow t_1^2 = \frac{36}{100} \Rightarrow t_1 = 0,6 \text{ s}$$

$$v_{\text{cm}} = \alpha_{\text{cm}} \cdot t_1 = \frac{10}{3} \cdot \frac{6}{10} = 2 \text{ m/s}$$

$$\frac{dU}{dt} = -W_{3x} \cdot v_{\text{cm}} = -m_3 \cdot g \cdot \eta\mu\phi \cdot v_{\text{cm}} = -0,2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = -2 \text{ J/s}$$

Γ2. Το νερό που περιέχεται στο δοχείο έχει όγκο $V = A_\delta H$ και μάζα $m_v = \rho V = \rho A_\delta H \Rightarrow m_v = 6 \text{ Kg}$. Η συνολική μάζα νερού και δοχείου είναι $m = m_v + m_\delta = 10 \text{ Kg}$. Το δοχείο, μέσω του στηρίγματος, δέχεται από το άκρο Γ της δοκού δύναμη μέτρου N και





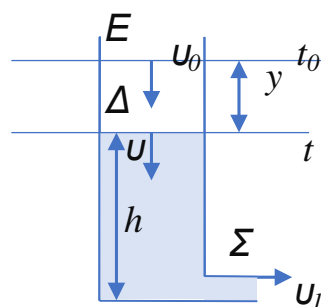
ασκεί δύναμη μέτρου N' . Προφανώς $N = N'$. (δράση – αντίδραση). Το δοχείο με το νερό ισορροπεί. Άρα $\Sigma F = 0$, άρα $N = mg = 100\text{N}$. Κατά συνέπεια $N = N' = 100\text{N}$.

Γ2.1. Η ράβδος ισορροπεί. Επομένως:

$$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_{N'} + \tau_T + \tau_{Mg} + \tau_{FA} = 0 \Rightarrow T = \frac{800}{3} \text{N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_A + T - Mg - N' = 0 \Rightarrow F_A = \frac{400}{3} \text{N}$$

Γ2.2. Έστω v_0 η αρχική ταχύτητα με την οποία αρχίζουν να κατέρχονται τα μόρια της ελεύθερης επιφάνειας του νερού την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που τραβάμε την τάπα του δοχείου. Κάποια χρονική στιγμή t , που η στάθμη του νερού έχει κατέλθει κατά y , έστω v η ταχύτητα των μορίων της ελεύθερης επιφάνειας και v_1 η ταχύτητα εκροής από το στόμιο. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Bernoulli στα σημεία Δ και Σ , έχουμε:



$$p_\Delta + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = p_\Sigma + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \xrightarrow{p_\Delta = p_\Sigma = p_{\text{atm}}} v_1^2 = v^2 + 2gh \quad (1)$$

Από τον νόμο της συνέχειας για τα σημεία Δ και Σ έχουμε:

$$A_\Delta v = A_\Sigma v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{A_\Delta}{A_\Sigma} v \quad (2)$$

Η (1) βάσει της (2) γίνεται:

$$\left(\frac{A_\Delta}{A_\Sigma} \right)^2 v^2 = v^2 + 2gh \Rightarrow v^2 \left[\left(\frac{A_\Delta}{A_\Sigma} \right)^2 - 1 \right] = 2gh \quad (3)$$

$$\text{Αλλά} \left[\left(\frac{A_\Delta}{A_\Sigma} \right)^2 - 1 \right] = 24.$$



$$\text{Άρα } 24v^2 = 2gh = 2g(H-y). \text{ Άρα } v^2 = 1 - \frac{5}{6}y \quad (4)$$

Η σχέση (4) είναι της μορφής $v^2 = v_0^2 - 2ay$ (5) που χαρακτηρίζει κάθε ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Επομένως η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κατέρχεται εκτελώντας ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Με αντιστοίχιση ομοίων όρων μεταξύ των σχέσεων (4) και (5) προκύπτει πως

$$v_0 = 1 \frac{m}{s} \text{ και } a = \frac{5}{12} \frac{m}{s^2}.$$

Η απόσταση y κατά την οποία έχει κατέβει η ελεύθερη επιφάνεια του νερού μέχρι την

$$\text{χρονική στιγμή } t, \text{ είναι: } y = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = t - \frac{5}{24} t^2$$

Όταν $t = 2,4 \text{ s}$, είναι $y = H = 1,2 \text{ m}$, δηλαδή το δοχείο μόλις έχει αδειάσει.

Στο άκρο της ράβδου ασκείται από το δοχείο δύναμη $N_1' = m_{\Delta}g = 40\text{N}$.

Οπότε:

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_{N_1'} + \tau_{T_1} + \tau_{Mg} + \tau_{FA} = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{560}{3} \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{A1} + T_1 - Mg - N_1' = 0 \Rightarrow F_{A1} = \frac{160}{3} \text{ N}$$



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

ΘΕΜΑ Δ

1ο ΠΕΙΡΑΜΑ

ΠΙΝΑΚΑΣ «Α»

α/α	M (Kg)	T (s)	T^2 (s^2)
1.	0,4	0,89	0,7921
2.	0,5	0,97	0,9409
3.	0,6	1,05	1,1025
4.	0,7	1,12	1,2544
5.	0,8	1,19	1,4161
6.	0,9	1,26	1,5876

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ: Για το ελατήριο $k=25N/m$ και $m_\varepsilon=0,3$ kg.

Εξίσωση $T^2=f(m)$: $T^2=4\pi^2k + 4\pi^2m_\varepsilon/3k$ ή $T^2=a m + b$

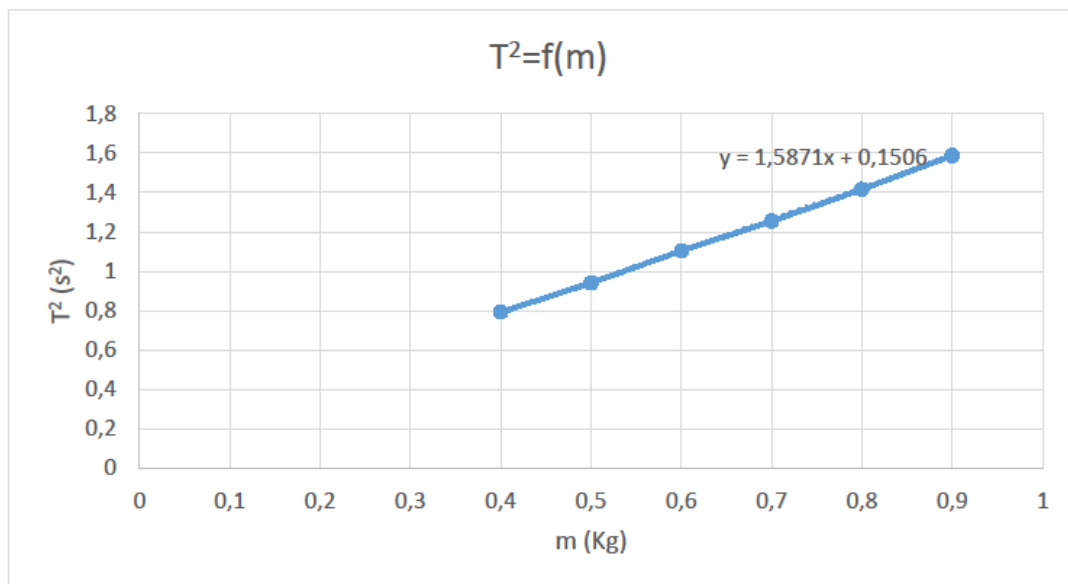
με $a=4\pi^2/k$ (1),

$b=4\pi^2m_\varepsilon/3k$.(2)

Από το γράφημα υπολογίζονται: Κλίση $=1,5871=a$, Τεταγμένη $b=0,1506$

Από την (1): $k=4\pi^2/a =24,85$ N/m , $\Delta k=0,15N/m$, $(\Delta k)\%=0,6\%$

Από την (2): $m_\varepsilon=3kb/4\pi^2=0,285$ Kg , $\Delta m_\varepsilon=0,015Kg$, $(\Delta m_\varepsilon)\%=5\%$



ΠΙΝΑΚΑΣ «B»

α/α	M (Kg)	M^2 (Kg ²)	T^2 (s ²)	$T^2 m$ (s ² Kg)
1.	0,4	0,16	0,7921	0,3168
2.	0,5	0,25	0,9409	0,4704
3.	0,6	0,36	1,1025	0,6615
4.	0,7	0,49	1,2544	0,8781
5.	0,8	0,64	1,4161	1,1329
6.	0,9	0,81	1,5876	1,4289
Σ	$\Sigma m_i=3,9=c$	$\Sigma m_i^2=2,71=d$	$\Sigma T_i^2=7,0942=e$	$\Sigma T_i^2 m_i=4,8886=f$



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$a' = 6f - ce / 6d - c^2 = 1,5849$$

$$b' = de - fc / 6d - c^2 = 0,152$$

Οπότε $T^2 = 1,5849m + 0,152$ και συνεπώς από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων προκύπτουν οι τιμές:

$$k = 4\pi^2 / a' = 24,88 \text{ N/m}, \Delta k = 0,12 \text{ N/m}, (\Delta k)\% = 0,48\%$$

$$m_e = 3kb' / 4\pi^2 = 0,288 \text{ Kg}, \Delta m_e = 0,012 \text{ Kg}, (\Delta m_e)\% = 4\%$$