



### ΘΕΜΑΤΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Το αντλιοστάσιο μιας πόλης διατηρεί το επίπεδο παροχής νερού σε πίεση 4,3 atm στο ισόγειο μιας πολυκατοικίας.

**A1.1.** Θεωρώντας το νερό ως ιδανικό ρευστό και την ταχύτητά του στον κεντρικό σωλήνα ύδρευσης αμελητέα, η ταχύτητα του νερού που ρέει από βρύση στο δεύτερο όροφο, αν οι βρύσες διαδοχικών ορόφων βρίσκονται σε απόσταση  $d = 4\text{m}$  και η βρύση σε ύψος  $h = 0,8\text{m}$  από το δάπεδο, είναι:

- α. 20 m/s                      β. 21 m/s                      γ. 22 m/s                      δ. 23 m/s

i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ii. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**A1.2.** Ο όροφος, πάνω από το οποίο, δεν θα τρέχει το νερό από την βρύση είναι ο:

- α. 7<sup>ος</sup>                              β. 8<sup>ος</sup>                              γ. 9<sup>ος</sup>                              δ. 10<sup>ος</sup>

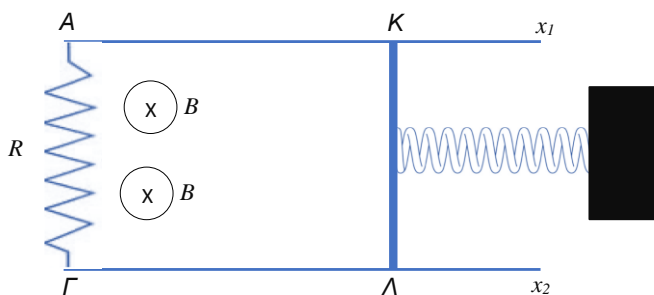
Δίνονται:  $1\text{ atm} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ ,  $g = 10\text{ m/s}^2$  και  $\rho = 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ .

i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ii. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(μονάδες 10)

**A2.** Δύο αγώγιμοι ράβδοι  $Ax_1$  και  $\Gamma x_2$  χωρίς αντίσταση τοποθετούνται σε οριζόντιο δάπεδο, είναι παράλληλοι και απέχουν απόσταση  $\ell$ . Τα άκρα τους, A και Γ, ενώνονται με αντίσταση R. Αγωγός ΚΛ, ασήμαντης αντίστασης, μάζας m και μήκους  $\ell$  μπορεί να



ολισθαίνει χωρίς τριβές με τα άκρα του σ' επαφή με τους  $Ax_1$  και  $\Gamma x_2$ . Το μέσον του αγωγού ΚΛ στερεώνεται στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, από μονωτικό υλικό, ο άξονας του οποίου είναι παράλληλος στις  $Ax_1$  και  $\Gamma x_2$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο στήριγμα και η σταθερά του είναι k. Κάθετα στο



επίπεδο των ράβδων υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου έντασης  $B$ , με φορά προς τα κάτω.

**A2.1.** Απομακρύνουμε την ΚΛ από την θέση ισορροπίας της κατά  $d$  και την αφήνουμε ελεύθερη. Η ράβδος στην διάρκεια της κίνησής της δεν χάνει την επαφή της με τους αγωγούς Αx<sub>1</sub> και Γx<sub>2</sub>.

Η κίνηση που θα κάνει η ράβδος, αφού αφεθεί ελεύθερη, είναι:

- α. εξαναγκασμένη ταλάντωση
  - β. απλή αρμονική ταλάντωση
  - γ. φθίνουσα ταλάντωση με εκθετικά μειούμενο πλάτος
  - δ. κίνηση στη διάρκεια της οποίας δημιουργούνται διακροτήματα
- i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.  
ii. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**A2.2.** Στη διάρκεια της κίνησης του αγωγού, από μία διατομή του, μετατοπίζεται φορτίο:

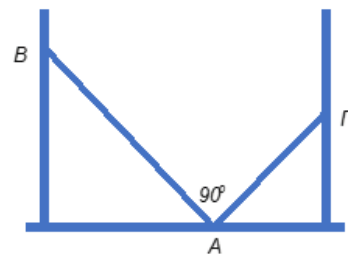
α.  $q = 0$                       β.  $q = \frac{B \cdot \ell \cdot d}{2 \cdot R}$                       γ.  $q = \frac{B \cdot \ell \cdot d}{R}$                       δ.  $q = \frac{2 \cdot B \cdot \ell \cdot d}{R}$

- i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.  
ii. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(μονάδες 10)

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Οι ράβδοι ΑΒ και ΑΓ ισορροπούν εφαπτόμενες σε λεία κατακόρυφα τοιχώματα και μεταξύ τους στο κοινό τους άκρο Α πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, σχηματίζοντας γωνία 90°. Οι ράβδοι έχουν μάζες  $m_1$ ,  $m_2$  και μήκη  $\ell_1$ ,  $\ell_2$  αντίστοιχα. Δεδομένου ότι η τομή της επαφής των ράβδων είναι κατακόρυφη, η απόσταση των κατακόρυφων τοιχωμάτων είναι:



α.  $\frac{\ell_1 \cdot m_1 + \ell_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$                       β.  $\frac{\ell_1 \cdot \sqrt{m_2} + \ell_2 \cdot \sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1 + m_2}}$

γ.  $\frac{\ell_1 \cdot \sqrt{m_2} - \ell_2 \cdot \sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1 + m_2}}$                       δ.  $\frac{\ell_1 \cdot m_1 - \ell_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$

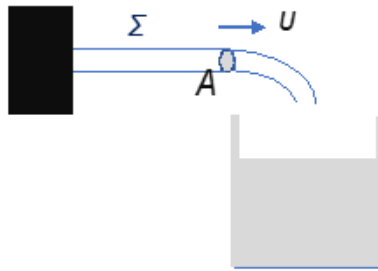


i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

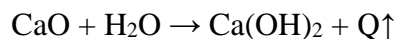
ii. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(μονάδες 10)

**B2.** Στην εγκατάσταση του σχήματος πραγματοποιείται παραγωγή ασβεστοπολτού ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ) από οξείδιο του ασβεστίου ( $\text{CaO}$ ) και νερό ( $\text{H}_2\text{O}$ ). Ο σωλήνας  $\Sigma$  έχει σταθερή διατομή εμβαδού  $A$ .



Το νερό που θα τρέξει από τον σωλήνα σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  θα μετατρέψει  $n$  mol οξειδίου του ασβεστίου σε ασβεστοπολτό. Αυτή η διαδικασία ερμηνεύεται από την χημική εξίσωση:



όπου  $Q$  είναι η θερμότητα που εκλύεται από την αντίδραση. Αν  $M$  είναι η γραμμομοριακή μάζα του νερού και  $\rho$  η πυκνότητά του, η ταχύτητα με την οποία εξέρχεται το νερό από τον σωλήνα  $\Sigma$ , έχει μέτρο:

α.  $v = \frac{n \cdot \rho \cdot \Delta t}{M \cdot A}$       β.  $v = \frac{n \cdot A \cdot \Delta t}{M \cdot \rho}$       γ.  $v = \frac{n \cdot M}{\rho \cdot A \cdot \Delta t}$       δ.  $v = \frac{n \cdot A \cdot \Delta t}{2 \cdot M \cdot \rho}$

i. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ii. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

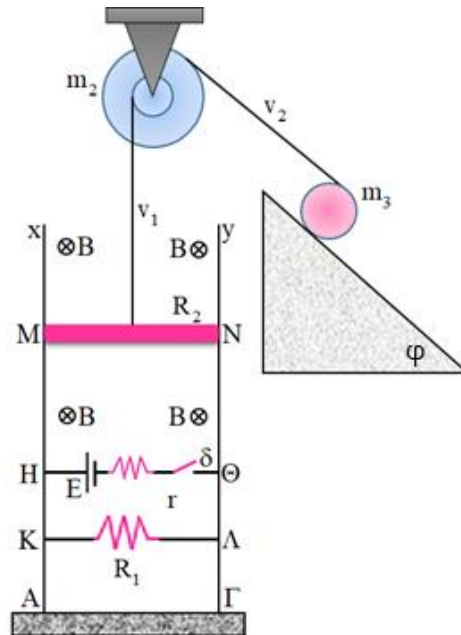
(μονάδες 10)

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Δύο λεπτά κατακόρυφα σύρματα  $Ax$  και  $\Gamma y$ , αμελητέας αντίστασης, είναι στερεωμένα σε μονωμένο οριζόντιο έδαφος. Τα δύο σύρματα είναι παράλληλα μεταξύ τους, έχοντας απόσταση  $L = 1 \text{ m}$ , ενώ έχουν μεγάλο μήκος. Μεταξύ των σημείων  $H$  και  $\Theta$  συνδέουμε πηγή με ΗΕΔ  $E = 6 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 1 \Omega$ , ενώ υπάρχει διακόπτης  $\delta$ . Μεταξύ των σημείων  $K$  και  $\Lambda$ , ο αντιστάτης του κυκλώματος έχει αντίσταση  $R_1 = 10 \Omega$ . Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης μέτρου  $B = 2 \text{ T}$  και φοράς που φαίνεται στο σχήμα. Το επίπεδο της διάταξης



είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Τοποθετούμε μία αγωγίμη ράβδο MN, μάζας  $m_1 = 0,3 \text{ kg}$ , μήκους  $L$  και αντίστασης  $R_2 = 10 \Omega$ . Η ράβδος είναι στερεωμένη στο ένα άκρο κατακόρυφου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος  $v_1$ . Το άλλο άκρο του νήματος είναι πολλές φορές τυλιγμένο στην εσωτερική ακτίνα  $\rho_1 = 0,1 \text{ m}$  μιας ομογενούς διπλής τροχαλίας, η οποία είναι στερεωμένη στο κέντρο της και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Η ράβδος μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στα κατακόρυφα σύρματα, με το άκρο της M να είναι συνεχώς σε επαφή με το σύρμα Ax και το άκρο της N να είναι συνεχώς σε επαφή με το σύρμα Γy.



Στην εξωτερική ακτίνα  $\rho_2 = 0,4 \text{ m}$  της τροχαλίας υπάρχει τυλιγμένο δεύτερο, αβαρές και μη εκτατό νήμα  $v_2$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια ομογενούς δίσκου, μάζας  $m_3$  και ακτίνας  $\rho_3 = 0,2 \text{ m}$ . Ο δίσκος βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο δάπεδο, γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ .

Κλείνουμε τον διακόπτη, αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο και παρατηρούμε ότι η ράβδος, η τροχαλία και ο δίσκος ισορροπούν.

**α.** Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος, καθώς και τη μάζα του.

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα  $v_1$  και  $v_2$  και ταυτόχρονα ανοίγουμε τον διακόπτη.

**β.** Να υπολογίσετε το μέτρο της οριακής ταχύτητας που θα αποκτήσει η ράβδος MN. Μετά το κόψιμο των νημάτων ο δίσκος αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, κατερχόμενος το κεκλιμένο δάπεδο, με σταθερή επιτάχυνση. Το μέτρο της επιτάχυνσης

του κέντρου μάζας του δίσκου είναι  $\alpha_{\text{cm}} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$ .

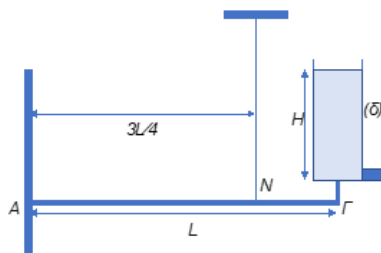
**γ.** Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του δίσκου, τη χρονική στιγμή που θα έχει περιστραφεί κατά γωνία  $\theta = 3 \text{ rad}$ .



Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(μονάδες 15)

**Γ2.** Το μακρόστενο κυλινδρικό δοχείο του σχήματος μάζας  $m_\delta = 4 \text{ kg}$  περιέχει νερό πυκνότητας  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$  μέχρι ύψους  $H = 1,2 \text{ m}$  και βρίσκεται πάνω σε αβαρές στήριγμα το κάτω άκρο του οποίου στερεώνεται κάθετα στο άκρο  $\Gamma$  της οριζόντιας δοκού  $A\Gamma$  με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα. Η βάση του δοχείου έχει εμβαδόν



$A_\delta = 50 \text{ cm}^2$ . Σε βάθος  $H$ , υπάρχει στόμιο εμβαδού  $A_1 = 10 \text{ cm}^2$  που φράσσεται με τάπα. Η δοκός έχει μάζα  $M = 20 \text{ kg}$ , μήκος  $L$ , είναι αρθρωμένη στο άκρο  $A$  σε κατακόρυφο τοίχο αλλά στηρίζεται και στο σημείο  $N$  από την οροφή μέσω ενός κατακόρυφου νήματος, αβαρούς και μη εκτατού. Η απόσταση του σημείου  $N$  από το σημείο  $A$  είναι  $AN = \frac{3 \cdot L}{4}$ .

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Γ2.1.** Να υπολογίσετε:

**α.** Την τάση του νήματος.

**β.** Το μέτρο  $F$  της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον τοίχο.

**Γ2.2.** Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  τραβάμε απότομα την τάπα και την χρονική στιγμή  $t_1 = 2,4 \text{ s}$  την τοποθετούμε ξανά ακαριαία. Να υπολογίσετε, από την χρονική στιγμή  $t_1$  και μετά, την τάση του νήματος και τη δύναμη που δέχεται η δοκός από τον τοίχο. Να θεωρήσετε το νερό ως ιδανικό ρευστό.

(μονάδες 15)



## ΘΕΜΑ Δ

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΘΕΜΑ: ΜΕΛΕΤΗ ΑΑΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΜΑΖΑΣ-ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ  
ΠΕΔΙΟ ΕΡΕΥΝΑΣ:

1. Διέγερση συστήματος μάζας-ελατηρίου για εκτέλεση ΑΑΤ.
2. Διερεύνηση συσχετισμού χαρακτηριστικών μεγεθών του ταλαντούμενου συστήματος με εκείνα της ΑΑΤ.
3. Λήψη μετρήσεων με σκοπό τον υπολογισμό της τιμής της σταθεράς  $k$  και της μάζας  $m_e$  του ελατηρίου και τη διαπίστωση της ισχύος της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ:

Ένας ομογενής μεταλλικός κύλινδρος με μάζα  $m$  συνδεδεμένος στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου, μπορεί να τεθεί σε κίνηση ύστερα από την πρόκληση μιας πρόσθετης επιμήκυνσης ή συσπίρωσης του ελατηρίου, που είναι αναρτημένο από σταθερό σημείο με τον άξονά του κατακόρυφο.

Αγνοώντας κάθε άλλη δύναμη εκτός από το βάρος του σώματος και τη δύναμη ελαστικότητας του ελατηρίου, μπορούμε να δείξουμε ότι η κίνηση του σώματος περιγράφεται από την εξίσωση  $x(t) = A\eta\mu(\omega t + \varphi)$  (1) η οποία και προσδιορίζει την κίνηση σαν ΑΑΤ με κυκλική συχνότητα  $\omega$  και περίοδο

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (2)$$

Η περιοδικότητα της ΑΑΤ εξασφαλίζεται από το γεγονός ότι με αύξηση του χρόνου κατά  $\frac{2 \cdot \lambda \cdot \pi}{\omega}$  ( $\lambda$  φυσικός αριθμός), η (1) δεν αλλάζει μορφή αφού:

$$x\left(t + \frac{2\lambda\pi}{\omega}\right) = A\eta\mu\left\{\omega\left(t + \frac{2\lambda\pi}{\omega}\right) + \varphi\right\} = A\eta\mu(\omega t + 2\lambda\pi + \varphi) = A\eta\mu(\omega t + \varphi).$$

Η σχέση (2) ισχύει στην περίπτωση ελατηρίου χωρίς μάζα (ιδανικού ελατηρίου). Πρακτικά όμως και κατά κανόνα, η μάζα του ελατηρίου  $m_e$  είναι της ίδια τάξης μεγέθους με τη μάζα  $m$  του σώματος, επομένως εάν δεν αγνοηθεί θα εμφανίζεται στην έκφραση της περιόδου.



Αποδεικνύεται ότι ισχύει:  $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m + \frac{m_\epsilon}{3}}{k}}$  ή  $T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{k} \cdot m + \frac{4 \cdot \pi^2}{3 \cdot k} \cdot m_\epsilon$  δηλαδή η

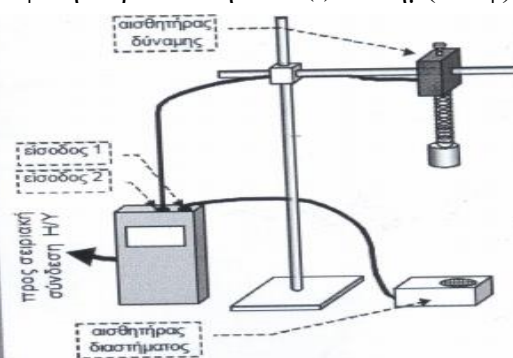
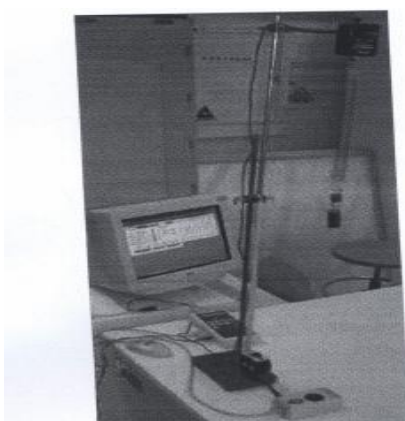
εξίσωση  $T^2 = f(m)$  είναι γραμμική της μορφής  $T^2 = \mathbf{a} \cdot \mathbf{m} + \mathbf{b}$ , αν θέσουμε  $\mathbf{a} = \frac{4\pi^2}{k}$  (κλίση της ευθείας) και  $\mathbf{b} = \frac{4\pi^2}{3k} m_\epsilon$  (σημείο τομής με τον άξονα  $T^2$ ).

Μπορούμε επομένως να μετρήσουμε την περίοδο  $T$  των ταλαντώσεων του συστήματος για διαφορετικές τιμές της μάζας  $m$  και από τη γραφική παράσταση, να υπολογίσουμε τις τιμές των χαρακτηριστικών  $k$  και  $m_\epsilon$  του ελατηρίου.

### ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Πειραματιζόμαστε με μια διάταξη η οποία περιλαμβάνει ένα κατακόρυφο ελατήριο αναρτημένο από σταθερό σημείο και τη δυνατότητα ανάρτησης διαφορετικών μαζών στο ελεύθερο άκρο του. Όταν διεγερθεί το σύστημα και για μικρό χρονικό διάστημα θεωρηθεί ότι εκτελεί ΑΑΤ, η θέση της μάζας καθώς κινείται στον κατακόρυφο άξονα, μπορεί να ανιχνευθεί από ένα πομποδέκτη –αισθητήρα διαστήματος- τοποθετημένο κάτω από τη μάζα και στον άξονα της κίνησής της.

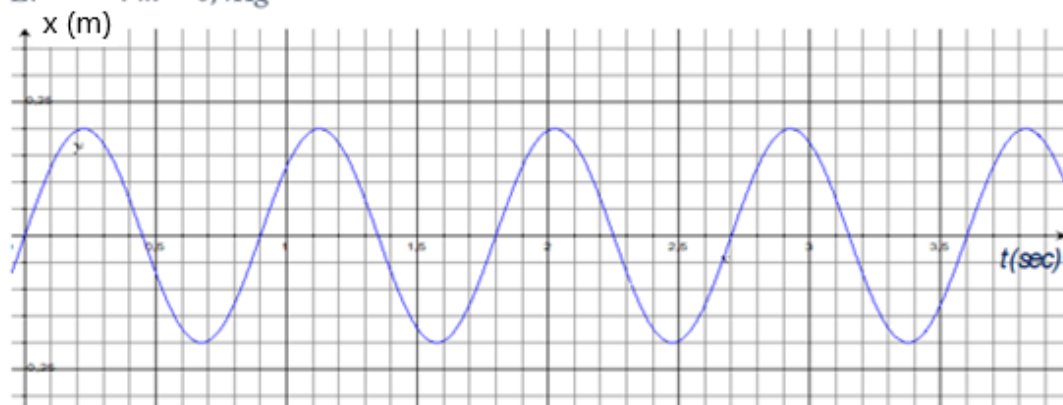
Ο πομποδέκτης εντοπίζει τη θέση  $x$  της ταλαντούμενης μάζας κάθε χρονική στιγμή  $t$  και στέλνει τα δεδομένα σε υπολογιστή, όπου μετά τη συλλογή και ανάλυσή τους από ειδικό πρόγραμμα εμφανίζεται η γραφική παράσταση  $x = f(t) = \Delta \eta \mu(\omega t + \phi)$ .



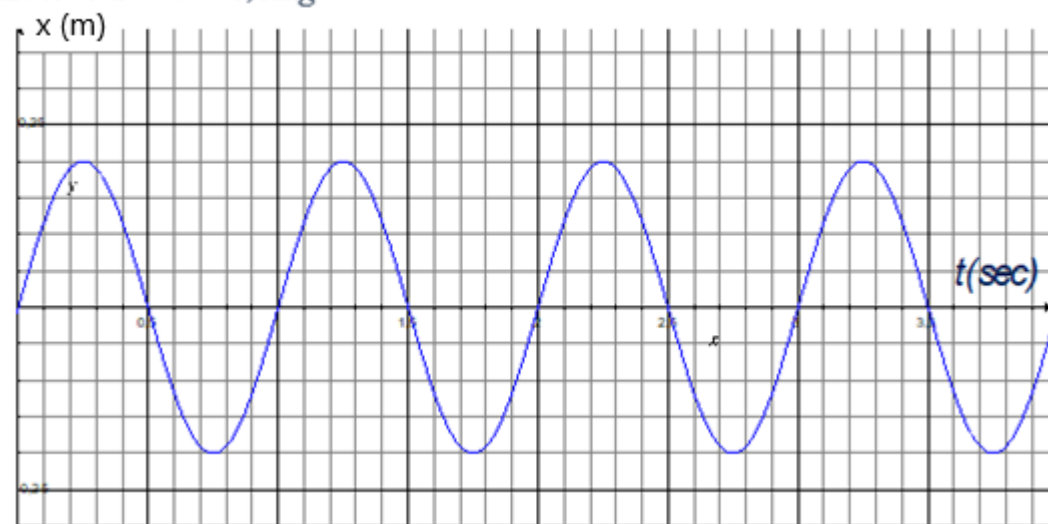
Κάθε φορά χρησιμοποιείται και μια διαφορετική μάζα  $m$  η οποία τίθεται σε ΑΑΤ πλάτους περίπου 20 cm οπότε από το αντίστοιχο γράφημα υπολογίζεται η περίοδος σαν χρονική διαφορά  $t_2 - t_1$  ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κορυφές της καμπύλης  $x-t$ .



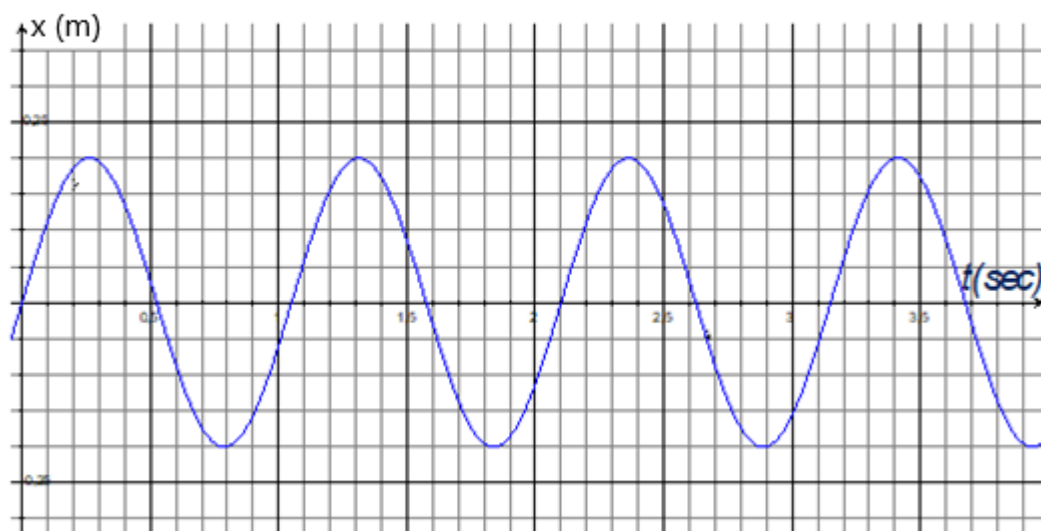
Εικόνα 1:  $m = 0,4\text{Kg}$



Εικόνα 2:  $m = 0,5\text{Kg}$



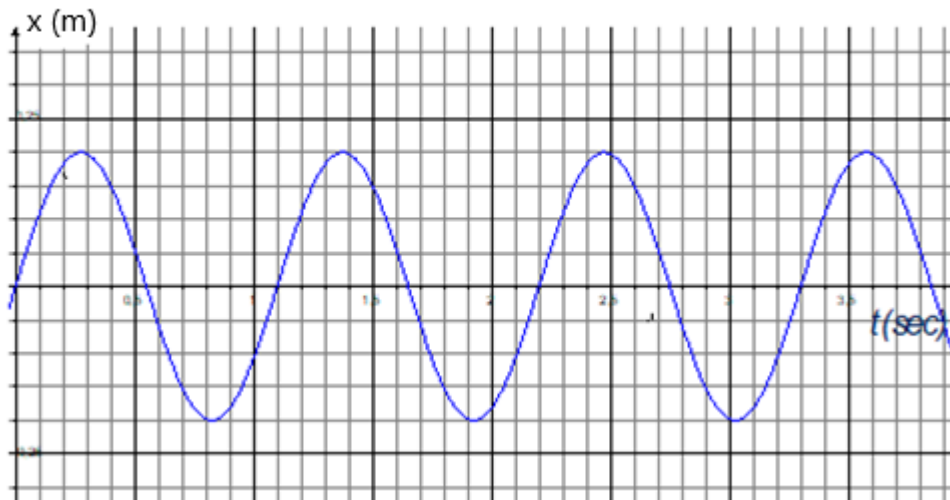
Εικόνα 3:  $m = 0,6\text{Kg}$



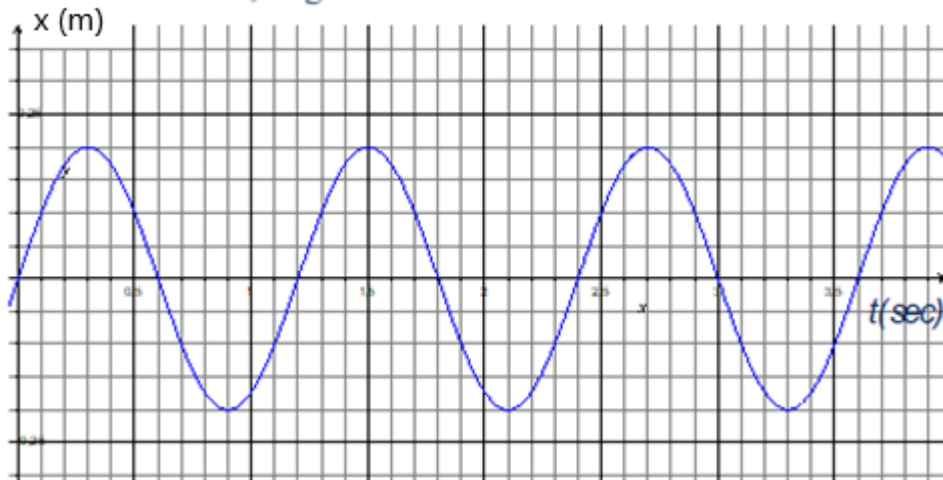




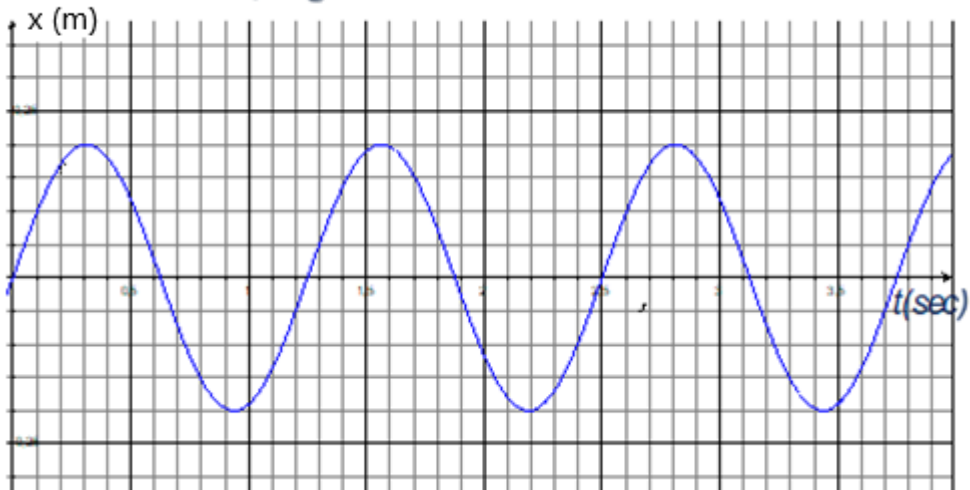
Εικόνα 4:  $m = 0,7\text{Kg}$



Εικόνα 5:  $m = 0,8\text{Kg}$



Εικόνα 6:  $m = 0,9\text{Kg}$





Τα αποτελέσματα καταχωρίζονται στον Πίνακα «Α»:

ΠΙΝΑΚΑΣ «Α»

α/α	m (Kg)	t <sub>1</sub> (s)	t <sub>2</sub> (s)	T = t <sub>2</sub> -t <sub>1</sub> (s)	T <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )
1.	0,4				
2.	0,5				
3.	0,6				
4.	0,7				
5.	0,8				
6.	0,9				

**Δ1.** Να υπολογίσετε την περίοδο T η οποία αντιστοιχεί σε κάθε μάζα και το τετράγωνό της T<sup>2</sup> (η περίοδος T να υπολογισθεί με δύο σημαντικά ψηφία και η T<sup>2</sup> με τέσσερα).

**Δ2.** Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση T<sup>2</sup> = f(m). Ποια είναι η μορφή της και γιατί; Να βρείτε την κλίση της a και από αυτή να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου.

**Δ3.** Αν η θεωρητική τιμή της σταθεράς είναι k = 25 N/m, να υπολογίσετε το απόλυτο Δk και το σχετικό (Δk)% σφάλμα της μέτρησης.

**Δ4.** Από τη γραφική παράσταση να προσδιορίσετε το σημείο τομής του γραφήματος με τον άξονα T<sup>2</sup> και από την τιμή του b να υπολογίσετε τη μάζα m<sub>ε</sub> του ελατηρίου.

**Δ5.** Αν η μάζα του ελατηρίου προσδιορίστηκε με ζύγιση σε m<sub>ε</sub> = 300 g, να υπολογίσετε το απόλυτο Δm<sub>ε</sub> και το σχετικό (Δm<sub>ε</sub>)% σφάλμα της μέτρησης.

**Δ6.** Με τη μέθοδο των «ελαχίστων τετραγώνων» επιχειρείται ο προσδιορισμός των συντελεστών a και b της γραμμικής εξίσωσης T<sup>2</sup> = f(m) με ακριβέστερο τρόπο από εκείνο της προσεγγιστικής χάραξης του γραφήματος. Αυτό επιτυγχάνεται από τα αθροίσματα της τελευταίας γραμμής του Πίνακα «B» που θα συμπληρώσετε. Δίνονται:

$$a' = \frac{N \cdot \sum m \cdot T^2 - \sum m \cdot \sum T^2}{N \cdot \sum m^2 - (\sum m)^2} \quad b' = \frac{\sum m^2 \cdot \sum T^2 - \sum (T^2 \cdot m) \cdot \sum m}{N \cdot \sum m^2 - (\sum m)^2}$$



ΠΙΝΑΚΑΣ «Β»

$\alpha/\alpha$	$m$ (Kg)	$T^2$ ( $s^2$ )	$m^2$ ( $kg^2$ )	$T^2 \cdot m$ ( $kg \cdot s^2$ )
1.	0,4			
2.	0,5			
3.	0,6			
4.	0,7			
5.	0,8			
6.	0,9			
ΣΥΝΟΛΑ	$\sum m_i =$	$\sum m_i^2 =$	$\sum T_i^2 =$	$\sum (T_i^2 \cdot m_i)$

Δ7. Από τις τιμές των συντελεστών  $a'$  και  $b'$  να υπολογίσετε τη σταθερά  $k$  και τη μάζα  $m_e$  του ελατηρίου καθώς και τις αντίστοιχες τιμές των απόλυτων και σχετικών σφαλμάτων σε σχέση με τις θεωρητικές τιμές τους.

(μονάδες 4+4+4+4+4+5+5)

**ΤΕΛΟΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**