ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΝΩΣΗ ΕΛΛΗΝΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

Κυριακή 30 Μαΐου 2021

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** γ

Α5. α. Σ **β.** Σ **γ.** Σ **δ.** Λ **ε.** Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. i. Σωστή απάντηση είναι η **α.**

ii. Όταν είναι συνδεδεμένα σε σειρά, διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα έντασης I_1. Η συσκευή λειτουργεί κανονικά, άρα: $I_1 = \frac{V_\kappa}{R_\Sigma}$. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού ισούται με:

$$B_1 = K_\mu \cdot \frac{2\cdot\pi\cdot I_1}{a} = K_\mu \cdot \frac{2\cdot\pi\cdot V_\kappa}{a\cdot R_\Sigma} \qquad (1).$$

Όταν είναι συνδεδεμένα παράλληλα, έχουν την ίδια τάση, η οποία ταυτίζεται με την τάση V_κ κανονικής λειτουργίας της συσκευής. Άρα το ρεύμα που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό έχει ένταση ρεύματος $I_2 = \frac{V_\kappa}{R_{\kappa\upsilon\kappa}}$. Τώρα, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού ισούται με:

$$B_2 = K_\mu \cdot \frac{2\cdot\pi\cdot I_2}{a} = K_\mu \cdot \frac{2\cdot\pi\cdot V_\kappa}{a\cdot R_{\kappa\upsilon\kappa}} \qquad (2).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{K_\mu \cdot \dfrac{2\cdot\pi\cdot V_\kappa}{a\cdot R_\Sigma}}{K_\mu \cdot \dfrac{2\cdot\pi\cdot V_\kappa}{a\cdot R_{\kappa\upsilon\kappa}}} \Leftrightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{R_{\kappa\upsilon\kappa}}{R_\Sigma}$$

Β2. i. Σωστή απάντηση είναι η **γ.**

ii. Στη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} - W = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W \Leftrightarrow K\cdot d = m\cdot g \Leftrightarrow \frac{K}{m} = \frac{g}{d}$$

Το σώμα (Σ) παραμένει σε επαφή με το ελατήριο μέχρι να αποκτήσει το φυσικό του μήκος. Στο φυσικό μήκος του ελατηρίου, το σώμα θα έχει ταχύτητα μέτρου υ_1, την οποία υπολογίζουμε κάνοντας ΑΔΕΤ από το άκρο έως το φυσικό μήκος:

$$\mathrm{K} + U = U_{\max} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\cdot K\cdot d^2 = \frac{1}{2}\cdot K\cdot(2\cdot d)^2 \Leftrightarrow m\cdot\upsilon_1^2 + K\cdot d^2 = K\cdot(2\cdot d)^2 \Leftrightarrow$$

$$m\cdot\upsilon_1^2 = 3\cdot K\cdot d^2 \Leftrightarrow \upsilon_1 = d\cdot\sqrt{\frac{3\cdot K}{m}} \Leftrightarrow \upsilon_1 = d\cdot\sqrt{\frac{3\cdot g}{d}} \Leftrightarrow \upsilon_1 = \sqrt{3\cdot g\cdot d}\,.$$

Έστω y η απόσταση που διένυσε το σώμα, από το φυσικό μήκος του ελατηρίου μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητά του στιγμιαία μηδενίστηκε. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_{αρχ}^2 = W_W \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_1^2 = -m\cdot g\cdot y \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot\upsilon_1^2 = g\cdot y \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 3\cdot g\cdot d = g\cdot y \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}\cdot d \Leftrightarrow y = 1{,}5\cdot d$$

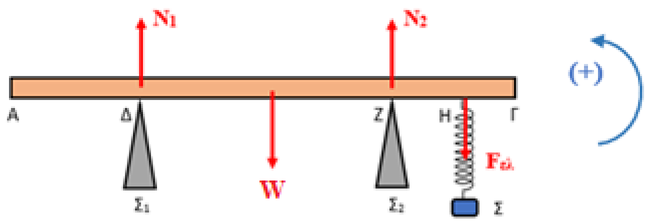
Άρα το διάστημα που θα διανύσει το σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του για πρώτη φορά, ισούται με:

$$2\cdot d + d + 1{,}5\cdot d = 4{,}5\cdot d$$

Β3. i. Σωστή απάντηση είναι η **β.**

ii. Το σώμα (Σ) αρχικά ισορροπεί, οπότε η επιμήκυνση d του ελατηρίου ισούται με:

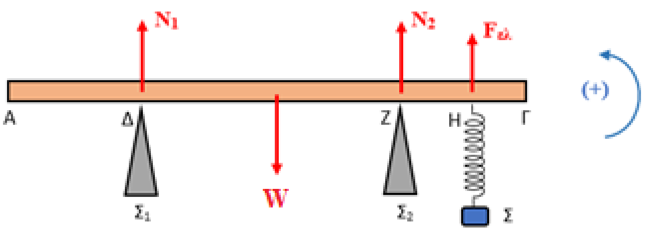
$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - B = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} = B \Leftrightarrow K\cdot d = m\cdot g \Leftrightarrow d = \frac{m\cdot g}{K}\,.$$



Αρχικά δίνουμε στο σώμα κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου υ_1 προς τα κάτω. Η ταχύτητα αυτή είναι η μέγιστη ταχύτητα της ΑΑΤ, αφού είναι η ταχύτητα στη θέση ισορροπίας. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, όπως το σώμα κατεβαίνει, φαίνονται στο σχήμα. Έστω A_1 το πλάτος της ΑΑΤ που εκτελεί το σώμα. Η δύναμη ελατηρίου θα έχει τη μέγιστη τιμή της όταν το σώμα βρίσκεται στο κάτω άκρο. Τότε, οριακά μηδενίζεται η δύναμη $\vec{N_1}$ που ασκεί στη δοκό το στήριγμα (Σ_1). Η ράβδος συνεχίζει να ισορροπεί:

$$\Sigma\tau_{(Z)} = 0 \Leftrightarrow W\cdot\frac{\ell}{4} - F_{ελ}\cdot\frac{\ell}{8} = 0 \Leftrightarrow K\cdot(d + A_1) = 2\cdot m\cdot g \Leftrightarrow K\cdot d + K\cdot A_1 = 2\cdot m\cdot g \Leftrightarrow$$

$$K\cdot A_1 = m\cdot g \Leftrightarrow K\cdot A_1 = K\cdot d \Leftrightarrow A_1 = d \Leftrightarrow \omega\cdot A_1 = \omega\cdot d \Leftrightarrow \upsilon_1 = \omega\cdot d \quad (1).$$



Στη συνέχεια δίνουμε στο σώμα κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου υ_2 προς τα πάνω. Η ταχύτητα αυτή είναι η μέγιστη ταχύτητα της ΑΑΤ, αφού είναι η ταχύτητα στη θέση ισορροπίας. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο καθώς το σώμα ανεβαίνει, φαίνονται στο σχήμα. Έστω A_2 το πλάτος της ΑΑΤ που εκτελεί το σώμα. Η δύναμη ελατηρίου θα έχει τη μέγιστη τιμή της όταν το σώμα βρίσκεται στο πάνω άκρο, το οποίο υποχρεωτικά θα βρίσκεται πάνω από το φυσικό μήκος του ελατηρίου. Τότε, οριακά μηδενίζεται η δύναμη $\vec{N_2}$ που ασκεί στη δοκό το στήριγμα (Σ_2). Η ράβδος συνεχίζει να ισορροπεί:

$$\Sigma\tau_{(\Delta)}=0 \Leftrightarrow -W\cdot\frac{\ell}{4}+F_{\varepsilon\lambda}\cdot(\frac{\ell}{2}+\frac{\ell}{8})=0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}\cdot\frac{5\cdot\ell}{8}=W\cdot\frac{\ell}{4} \Leftrightarrow K\cdot(A_2-d)\cdot\frac{5}{8}=\frac{m\cdot g}{4} \Leftrightarrow$$

$$K\cdot(A_2-d)=\frac{2\cdot m\cdot g}{5} \Leftrightarrow K\cdot A_2-K\cdot d=\frac{2\cdot m\cdot g}{5} \Leftrightarrow K\cdot A_2=\frac{7\cdot K\cdot d}{5} \Leftrightarrow A_2=\frac{7\cdot d}{5} \Leftrightarrow$$

$$\omega\cdot A_2=\omega\cdot\frac{7\cdot d}{5} \Leftrightarrow \upsilon_2=\frac{7}{5}\cdot\omega\cdot d \qquad (2).$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις (1) και (2):

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{\omega\cdot d}{\frac{7}{5}\cdot\omega\cdot d} \Leftrightarrow \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{5}{7}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $P=\dfrac{\Delta K+\Delta U}{\Delta t} \Leftrightarrow P=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\Delta m\cdot\upsilon^2+\Delta m\cdot g\cdot h}{\Delta t} \Leftrightarrow P=\dfrac{\Delta m}{\Delta t}\cdot(\frac{1}{2}\cdot\upsilon^2+g\cdot h)$

Όμως ισχύει: $\dfrac{\Delta m}{\Delta t}=\dfrac{\rho\cdot\Delta V}{\Delta t}=\rho\cdot\Pi=\rho\cdot A\cdot\upsilon$.

Επομένως: $P=\rho\cdot A\cdot\upsilon\cdot(\frac{1}{2}\cdot\upsilon^2+g\cdot h) \Leftrightarrow 104=10^3\cdot10^{-3}\cdot\upsilon\cdot(\frac{1}{2}\cdot\upsilon^2+50) \Leftrightarrow$

$$104=\upsilon\cdot(\frac{1}{2}\cdot\upsilon^2+50) \Leftrightarrow 104=\frac{1}{2}\cdot\upsilon^3+50\cdot\upsilon \Leftrightarrow \upsilon^3+100\cdot\upsilon-208=0$$

Στην τελευταία τριτοβάθμια εξίσωση, εύκολα βλέπουμε ότι η τιμή $\upsilon=2$ είναι ρίζα, επομένως ο όρος $\upsilon-2$ είναι παράγοντας. Εφαρμόζοντας σχήμα Horner βρίσκουμε:

$$\upsilon^3+100\cdot\upsilon-208=(\upsilon-2)\cdot(\upsilon^2+2\cdot\upsilon+104)$$

Όμως η δευτεροβάθμια εξίσωση $\upsilon^2+2\cdot\upsilon+104=0$ έχει αρνητική διακρίνουσα και δεν έχει πραγματικές ρίζες. Συνεπώς η μόνη πραγματική ρίζα είναι: $\upsilon=2$ m/s.

Η εξίσωση εναλλακτικά, για τα παιδιά που δε θυμούνται το σχήμα Horner, μπορεί να λυθεί με παραγοντοποίηση:

$$\upsilon^3+100\cdot\upsilon-208=0 \Leftrightarrow \upsilon^3-8+100\cdot\upsilon-200=0 \Leftrightarrow \upsilon^3-2^3+100\cdot\upsilon-200=0 \Leftrightarrow$$

$$(\upsilon-2)\cdot(\upsilon^2+2\cdot\upsilon+4)+100\cdot(\upsilon-2)=0 \Leftrightarrow (\upsilon-2)\cdot(\upsilon^2+2\cdot\upsilon+4+100)=0 \Leftrightarrow$$

$$(\upsilon-2)\cdot(\upsilon^2+2\cdot\upsilon+104)=0 \Leftrightarrow \upsilon=2 \text{ ή } \upsilon^2+2\cdot\upsilon+104=0 \text{ (αδύνατη)}.$$

Άρα $\upsilon=2$ m/s.

Γ2. $\Pi=\dfrac{\Delta V}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t=\dfrac{\Delta V}{\Pi} \Leftrightarrow \Delta t=\dfrac{A_\Delta\cdot h}{A\cdot\upsilon} \Leftrightarrow \Delta t=\dfrac{100\cdot5}{10^{-3}\cdot2} \Leftrightarrow \Delta t=2{,}5\cdot10^5$ s.

Γ3. Σύμφωνα με το θεώρημα Torricelli, το οποίο καλό είναι να αποδεικνύεται πριν το εφαρμόσετε, το νερό εξέρχεται από το (Α1) με ταχύτητα:

$$\upsilon_1=\sqrt{2\cdot g\cdot(h-h_1)} \Leftrightarrow \upsilon_1=\sqrt{2\cdot g\cdot(5-4)} \Leftrightarrow \upsilon_1=\sqrt{2\cdot g} \quad \text{(S.I.)}$$

Πρέπει: $x>s \Leftrightarrow \upsilon_1\cdot t>s \Leftrightarrow \sqrt{2\cdot g}\cdot\sqrt{\dfrac{2\cdot\Delta h}{g}}>s \Leftrightarrow 2\cdot\sqrt{\Delta h}>s$ (S.I.)

Γ4. Το βεληνεκές του νερού που εξέρχεται από το (Α1) ισούται με:

$$x_1=\upsilon_1\cdot t_1 \Leftrightarrow x_1=\sqrt{2\cdot g}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h_1}{g}} \Leftrightarrow x_1=4 \text{ m}.$$

Σύμφωνα με το θεώρημα Torricelli, το νερό εξέρχεται από το σωλήνα (Σ2) με ταχύτητα: $\upsilon_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot(h-h_2)} \Leftrightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot(5-0,5)} \Leftrightarrow \upsilon_2 = 3\cdot\sqrt{g}$ (S.I.)

Το βεληνεκές του νερού που εξέρχεται από το (Σ2) ισούται με:

$$x_2 = \upsilon_2\cdot t_2 \Leftrightarrow x_2 = 3\cdot\sqrt{g}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot h_2}{g}} \Leftrightarrow x_2 = 3\text{ m}.$$

Άρα το μήκος s του σωλήνα (Σ2) ισούται με:

$$x_1 = s + x_2 \Leftrightarrow 4 = s + 3 \Leftrightarrow s = 1\text{ m}.$$

Βλέπουμε ότι η τιμή αυτή επαληθεύει την ανίσωση $2\cdot\sqrt{\Delta h} > s$, όπως είδαμε στο προηγούμενο ερώτημα.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Υπολογίζουμε την εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος:

$$R_{\varepsilon\xi} = \frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2} = \frac{0,8\cdot 0,2}{0,8+0,2} = \frac{0,16}{1} = 0,16\ \Omega$$

Η ολική αντίσταση είναι: $R_{o\lambda} = R_{\varepsilon\xi} + r = 0,16 + 0,04 = 0,2\ \Omega$

Η ένταση του ολικού ρεύματος είναι:

$$I = \frac{E}{R_{o\lambda}} = \frac{E}{0,2} = 5\cdot E$$

Η τάση στα άκρα της ράβδου είναι:

$$V_2 = I\cdot R_{1,2} = 5\cdot E\cdot 0,16 = 0,8\cdot E$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο είναι:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{0,8\cdot E}{0,2} = 4\cdot E$$

Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_L - W = 0 \Rightarrow B\cdot I_2\cdot L = m\cdot g \Rightarrow 1\cdot I_2\cdot 1 = 0,5\cdot 10 \Rightarrow 4\cdot E = 5 \Rightarrow$$

$$E = \frac{5}{4} \Rightarrow E = 1,25\text{ V}$$

Δ2. Το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου τη στιγμή που εισέρχεται στο Ομογενές Μαγνητικό Πεδίο (ΟΜΠ) είναι:

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_W = K_{\tau\varepsilon\lambda} - \cancel{K_{\alpha\rho\chi}}^{0} \Rightarrow \cancel{m}\cdot g\cdot h_1 = \frac{1}{2}\cdot\cancel{m}\cdot\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$2\cdot g\cdot h_1 = \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2\cdot g\cdot h_1} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2\cdot 10\cdot 0,45} \Rightarrow \upsilon_1 = 3\text{ m/s}$$

Η ΗΕΔ από επαγωγή που θα αναπτυχθεί εκείνη τη στιγμή είναι: $E_{\varepsilon\pi} = B\cdot\upsilon_1\cdot L = 1\cdot 3\cdot 1 = 3\text{ V}$

Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος θα είναι: $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1+R_2} = \dfrac{3}{0,8+0,2} = 3\text{ A}$

Δ3. Για τη ράβδο, όταν αποκτήσει οριακή ταχύτητα, θα ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_L - W = 0 \Rightarrow B\cdot I\cdot L = m\cdot g \Rightarrow 1\cdot I\cdot 1 = 0,5\cdot 10 \Rightarrow I = 5 \Rightarrow$$

$$\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1+R_2} = 5 \Rightarrow \frac{B\cdot\upsilon_{o\rho}\cdot L}{0,8+0,2} = 5 \Rightarrow 1\cdot\upsilon_{o\rho}\cdot 1 = 5 \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = 5\text{ m/s}$$

Δ4. Από τον νόμο του Neumann προκύπτει:

$$q=\frac{\Delta\Phi}{R_1+R_2}=\frac{B\cdot S}{R_1+R_2}=\frac{B\cdot L\cdot h_2}{R_1+R_2}=\frac{1\cdot1\cdot1}{0,8+0,2}=1\ C$$

Για την κίνηση μέσα στο ΟΜΠ ισχύει:

$$\Sigma W=\Delta K\Rightarrow W_W+W_{F_L}=K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}\Rightarrow m\cdot g\cdot h_2+W_{F_L}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_{o\rho}^2-\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_1^2\Rightarrow$$

$$1\cdot10\cdot0,5+W_{F_L}=\frac{1}{2}\cdot0,5\cdot5^2-\frac{1}{2}\cdot0,5\cdot3^2\Rightarrow5+W_{F_L}=\frac{25}{4}-\frac{9}{4}\Rightarrow$$

$$\frac{20}{4}+W_{F_L}=\frac{16}{4}\Rightarrow W_{F_L}=\frac{16}{4}-\frac{20}{4}\Rightarrow W_{F_L}=-1\ J$$

Ισχύει: $\frac{Q}{Q_1}=\frac{\sum I^2\cdot(R_1+R_2)\cdot\Delta t}{\sum I^2\cdot R_1\cdot\Delta t}\Leftrightarrow\frac{Q}{Q_1}=\frac{R_1+R_2}{R_1}\Leftrightarrow$

$$\frac{|W_{F_L}|}{Q_1}=\frac{0,8+0,2}{0,8}\Leftrightarrow\frac{1}{Q_1}=\frac{1}{0,8}\Leftrightarrow Q_1=0,8\ J$$

Δ5. Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης ισχύει:

$$\Sigma F=0\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=W\Rightarrow k\cdot\Delta\ell=m\cdot g\Rightarrow\Delta\ell=\frac{m\cdot g}{k}\Rightarrow\Delta\ell=\frac{0,5\cdot10}{100}\Rightarrow\Delta\ell=0,05\ m$$

Για την ταλάντωση ισχύει:

$$K+U=E\Rightarrow\cancel{\frac{1}{2}}\cdot m\cdot\upsilon_3^2+\cancel{\frac{1}{2}}\cdot k\cdot\Delta\ell^2=\cancel{\frac{1}{2}}\cdot k\cdot A^2\Rightarrow0,5\cdot\upsilon_3^2+100\cdot\left(\frac{5}{100}\right)^2=100\cdot\left(\frac{9}{20}\right)^2\Rightarrow$$

$$0,5\cdot\upsilon_3^2+\cancel{100}\cdot\frac{25}{100^{\cancel{2}}}=100\cdot\frac{81}{400}\Rightarrow0,5\cdot\upsilon_3^2+0,25=20,25\Rightarrow0,5\cdot\upsilon_3^2=20\Rightarrow$$

$$\upsilon_3^2=40\Rightarrow\upsilon_3=\sqrt{40}\ m/s$$

Για την κίνηση της ράβδου από τη στιγμή που εξέρχεται από το ΟΜΠ και μέχρι να καρφωθεί στο ελατήριο ισχύει:

$$\Sigma W=\Delta K\Rightarrow W_W=K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}\Rightarrow\cancel{m}\cdot g\cdot h_3=\frac{1}{2}\cdot\cancel{m}\cdot\upsilon_3^2-\frac{1}{2}\cdot\cancel{m}\cdot\upsilon_{o\rho}^2\Rightarrow$$

$$10\cdot h_3=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{40}^2-\frac{1}{2}\cdot5^2\Rightarrow10\cdot h_3=\frac{1}{2}\cdot40-\frac{1}{2}\cdot25\Rightarrow10\cdot h_3=20-12,5\Rightarrow$$

$$10\cdot h_3=7,5\Rightarrow h_3=0,75\ m$$